

Ryszard Szupiluk

*Istnieje analogia - pomiędzy fizyką a matematyką: sprowadza się ona do niemożliwości zdobycia absolutnej pewności.
R. Carnap*

10. Nowe metody analizy danych a teoria ekonomii

Streszczenie

W niniejszym opracowaniu przedstawiliśmy związki między współczesnymi trendami w badaniach ekonomicznych a nowymi metodami analizy danych. Jako reprezentanta nowego nurtu analizy danych wybraliśmy metody ślepej separacji. Jest to dynamicznie rozwijająca się gałąź analizy danych, która zapoczątkowana pewnymi badaniami neurofizjologicznymi, przekształciła się w szerokie spektrum podejść rozważanych w kategoriach metod separacji, reprezentacji oraz transformacji danych. Do zasadniczych technik w tym obszarze należą przede wszystkim: analiza składowych niezależnych, nieujemna faktoryzacja macierzy oraz algorytmy AMUSE oraz SOBI. W drugiej części opracowania rozważamy różnice pozyskiwania wiedzy w podejściu indukcyjno-eksploracyjnym, którego reprezentantem mogą być metody separacji, a podejściem aprioryczno-dedukcyjnym typowym dla ortodoksyjnych nurtów ekonomii. Wykazujemy, że wbrew często opozycjnemu ich przedstawieniu są to zasadniczo podejścia komplementarne. W naszej interpretacji wybór podejścia jest związany z relacją ilości danych do wielkości wiedzy eksperckiej o zjawisku.

Słowa kluczowe: nowoczesna analiza danych, metodologia ekonomii, ślepa separacja sygnałów, neuroekonomia

New methods in data analysis and economic theory

Abstract

In this paper, we present relations between actual trends in economic research and novel methods in data analysis. As the representation of the new data analysis approach we choose the blind signal separation methods. Blind separation methods is a rapidly developed branch of data analysis. It started from some neurophysiological problem and grew to wide range analytical approaches which currently are considered in term of data separation, representation and transformation. The main techniques in this area are: independent component analysis, nonnegative matrix factorization or

AMUSE and SOBI algorithms. In the second part of paper we consider knowledge discovery differences in inductive-exploration approach what is typical for blind signal separation methods and apriori-deductive approach what is typical for orthodox economy theories. Against often opposite treatments we suggest complementary interpretation. In our meaning the natural methodological choice is associated with relation data to expert knowledge about given phenomena. In the small data case we need to compensate it by some theoretical assumptions.

Keywords: modern data analysis, economic methodology, blind signal separation, neuroeconomy

1. Wprowadzenie

Tematem niniejszego opracowania jest związek badań ekonomicznych z metodami analizy danych. Analiza danych rozumiana będzie jako proces pozyskiwania informacji/wiedzy z danych, przy ograniczonej wiedzy teoretycznej, apriorycznej lub eksperckiej. Typowym zadaniem/celem analizy danych jest odkrycie niejawnych zależności, regularności lub wzorców ukrytych w dużych wolumenach danych. Tak rozumiana analiza danych ma stosunkowo krótką historię, choć można powiedzieć za C. Rao, że ma bardzo długą prehistorię.

Potoczne określenie „teoria ekonomii” jest niejednoznaczne i może być rozumiane na dwa zasadnicze sposoby. Po pierwsze, pojęciem tym określa się całokształt badań naukowych o charakterze ekonomicznym. W takiej interpretacji mamy do czynienia z wieloma nurtami i podejściami o zróżnicowanych wzajemnych relacjach, często niezgodnych nawet w najbardziej fundamentalnych i ogólnych kwestiach¹. Jednocześnie, jest to obszar bardzo otwarty na nowe idee, adaptacje lub wykorzystanie rozwiązań z innych dyscyplin. Do tak rozumianej teorii ekonomii adresowane są rozważania pierwszego rozdziału niniejszej pracy.

W drugim ujęciu pod mianem teorii ekonomii rozumie się tzw. dominujące nurty przede wszystkim nurty ortodoksyjne. Choć takie zawężenie nie usuwa występujących wzajemnych kontrowersji to można wskazać pewną wspólną ich cechę, jaką jest hipotetyczno-dedukcyjny charakter. Oznacza to, że podstawą analizy ekonomicznej/gospodarczej jest pewien przyjęty *a priori* model lub założony kanon stwierdzeń (aksjomatów), w duchu których interpretowana jest rzeczywistość

¹ B. Snowdon, H. Vane, P. Wynarczyk, *Współczesne nurty teorii makroekonomii*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998.

ekonomiczna. Ów aprioryczno-dedukcyjny charakter rzutuje na ogólne postrzeganie metod analizy danych - mających zasadniczo indukcyjny charakter².

Ideowe różnice między poznaniem dedukcyjnym a indukcyjnym powodują, że w dyscyplinach o rozwiniętym aparacie teoretycznym wewnętrzny stosunek do analizy danych jest dość złożony. Z jednej strony metody analizy danych są użytecznym narzędziami rozwiązywania wielu praktycznych problemów, z drugiej strony jawią się jako swoista konkurencja a nawet zagrożenie dla tradycyjnej aprioryczno-dedukcyjnej teorii z jej metodologią badawczą. Linia „konfliktu” jest dość wyraźna. Analiza danych wkracza w momencie kiedy teoria milczy lub jej użyteczność jest niesatysfakcjonująca. Z kolei analiza danych jest zbędna, jeżeli teoria siłą pierwszych praw dobrze opisuje badane zjawisko. Możliwe są oczywiście warianty spójnego łącznie się teorii z analizą danych. Jednak wobec dynamicznego rozwoju metod analizy danych, wykorzystujących coraz większe repozytoria danych, oferujących coraz dokładniejszą informację, owa wewnętrzna polaryzacja dyscyplin wydaje się nieunikniona.

Ową różnorodną problematykę przedstawimy w dwóch ujęciach. W pierwszym zaprezentujemy nową metodę (dokładnej całej nurt metod) której pojawienie, rozwój i znaczenie było ewenementem nawet dla dynamicznego świata współczesnej analityki, zaś jej znaczenie wydaje się także kluczowe dla pionierskich badań neuroekonomicznych. W drugim przypadku zarysujemy szeroki proces badawczy analizy danych, wyrosły z gruntu gospodarczego, określane mianem eksploracji danych (ang. Data Mining) i jego relacje w stosunku do klasycznych metod nauk ekonomicznych.

W ramach wstępu należy zauważyć, że nie jest naszym celem ogólny przegląd „czy i jak” nowe metody analizy danych wykorzystano na gruncie ekonomicznym. Można bowiem niejako z góry przyjąć, że każda metoda analizy danych została lub będzie wykorzystana, w „jakimś” (a może „każdym”) obszarze badań ekonomicznych. Dba o to rynkowy mechanizm poszukiwania nowej tematyki publikacyjnej w świecie naukowym. Z tego względu skupimy się na dwóch ww. obszarach, naszym zdaniem faktycznie istotnych z punktu widzenia dyscypliny ekonomicznej.

Należy także zaznaczyć, że autor zajmuje określone stanowisko, zarówno co do metody badawczej jak i natury omawianych zjawisk ekonomicznych, które za H. Putnam³ można przedstawić następująco: choć zasadniczo słuszne jest poznanie hipotetyczno-dedukcyjne, to jednocześnie „mniej szkody przynosi” lub „jest bardziej

² Blaug M., *Metodologia ekonomii*, PWN, Warszawa 1995.

³ Putnam H., *Wiele twarzy realizmu i inne eseje*, PWN, Warszawa 1998.

użyteczny” dobrze uprawiany empiryzm (wg Putnama zasadniczo epistemologicznie błędny) niż źle uprawiany realizm (wg Putnama zasadniczo epistemologicznie słuszny).

1. Studium przypadku - metody ślepej separacja sygnałów i nuroekonomia

Jednym z najdynamiczniej rozwijających się obszarów analizy danych w ostatnich dwóch dekadach były metody powstałe i związane z tzw. problem ślepej separacji⁴. Zapoczątkowane badaniami na pewnym fizycznym problem, przekształciły się w obszerną dyscyplinę ogólnych matematycznych metod: dekompozycji, reprezentacji oraz faktoryzacji danych. Obecnie ich teoretyczne osadzenie wiąże się z wieloma dziedzinami matematyki, zaś praktyczne zastosowania znajdujemy w zasadzie w każdej dyscyplinie związanej z analizą danych. Metody te okazały się szczególnie istotne dla badań ekonomicznych określanych jako nurt neuroekonomiczny, za przyczyną którego można powiedzieć, że problem ślepej separacji w swej okazałości ujawnił się na gruncie ekonomicznym.

1.1. Dekompozycje ślepej separacji sygnałów

Zagadnienie ślepej separacji narodziło się w połowie lat 80. Była to dekada fascynacji sieciami neuronowymi i intensywnego ich rozwoju⁵. Zostały one ponownie odkryte po latach zastoju i zapomnienia. Zasadniczą rolę odegrała tu rewolucja informatyczna; w rezultacie znikły bariery związane z symulowaniem, badaniem, testowaniem i zastosowaniem otrzymanych rozwiązań. Sieci neuronowe połowy lat 80. były już mocno powiązane z teoriami matematycznymi, m.in. teorią aproksymacji, optymalizacji czy metodami numerycznymi. Coraz większe znaczenie w ich rozwoju odgrywały metody statystyczne i probabilistyczne. Nowe rozwiązania szybko znajdowały zastosowania praktyczne, m.in. w rozpoznawaniu wzorców, identyfikacji i modelowaniu systemów, układach filtracji i sterowania, w zagadnieniach predykcji i grupowania danych. W owym czasie szczególną uwagę badawczą przyciągały: sieci Kohenena, kolejne rozwinięcia algorytmów uczenia dla wielowarstwowych perceptronów oraz modelowanie rzeczywistych procesów fizjologicznych.

⁴ Cichocki A., Amari S., *Adaptive Blind Signal and Image Processing*, John Wiley, Chichester, 2002.

⁵ Na gruncie zastosowań sieć neuronową możemy interpretować jako pewien złożony nieliniowy model/system którego parametry określane na bazie danych empirycznych (uczenie z danych).

Obecnie sieci neuronowe taktowane są przede wszystkim jako matematyczne metody analizy danych. Aktualne badania bezpośrednio związane z modelowaniem procesów neurofizjologicznych raczej wiązane są z pojęciem neurocybernetyki. W latach 80. powiązania między sztucznymi sieciami neuronowymi a badaniami fizjologicznymi były znacznie bliższe. W tym właśnie obszarze w 1982 r. francuscy naukowcy: Bernard Ans, Jeanny Hérault oraz Christian Jutten zajęli się analizą ruchu mięśni u kręgowców. Zaskakujący był fakt, iż przyjęcie najbardziej logicznego modelu oznaczało, że w żywym organizmie dochodzi do zmieszania sygnałów, a następnie ich separowania, bez zakładania ich zróżnicowania spektralnego. Z punktu widzenia dotychczasowych prac nad ogólnym zagadnieniem filtracji i separacji wydawało się to zjawiskiem zgoła niemożliwym, ponieważ oznaczało rozwiązanie układu równań typu:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= a_{11}s_1(t) + a_{12}s_2(t), \\x_2(t) &= a_{21}s_1(t) + a_{22}s_2(t),\end{aligned}\tag{1}$$

gdzie wszystkie elementy prawej strony (1) są nieznanne. W równaniach tych zmienne x_i oznaczają sygnały obserwowane, s_j nieznanne sygnały źródłowe, a_{ij} zaś są współczynnikami reprezentującymi system mieszający. Układ (1) można zapisać także w formie wektorowej $\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t)$ lub macierzowej $\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S}$. Choć wydzielenie sygnałów s_j z obserwacji x_i wydawało się zadaniem nierozwiązywalnym, było wiadomo, że musi istnieć określone rozwiązanie, ponieważ układy nerwowe zwierząt „jakoś” sobie z tym radzą.

Mówiąc o problemie, jego postawieniu i rozwiązaniu, nie tylko miano na myśli matematyczne rozwiązanie układu (1), ale także odtworzenie, jak to się faktycznie dzieje w żywym organizmie. Stąd badanie modeli neuronowych wyrażało zasadniczą fizjologiczną naturę problemu. Ponieważ równania (1) przedstawiały system mieszania sygnałów, w analogicznej, liniowej postaci zaczęto poszukiwać systemu separującego. Zagadnienie przedstawione w układzie sieci neuronowych przybrało postać rekursywnej sieci neuronowej, opisaną przez następujące równania⁶:

$$\begin{aligned}y_1(t) &= x_1(t) - \tilde{w}_{12}y_2(t), \\y_2(t) &= x_1(t) - \tilde{w}_{22}y_2(t).\end{aligned}\tag{2}$$

⁶ Jutten C., Hérault J., *Blind separation of sources, Part 1: An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture*, „Signal Processing” 1991, vol. 24, s. 1–10.

W efekcie heurystycznych poszukiwań i pewnych intuicji matematycznych, dla rekursywnego modelu (2) w przypadku sygnałów ciągłych znaleziono następującą regułę uczenia⁷

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{w}_{ii}(t)}{dt} &= -\mu[f[y_i(t)]g[y_j(t)]-1], \quad i \in \{1, 2\}, \\ \frac{d\tilde{w}_{ij}(t)}{dt} &= -\mu[f[y_i(t)]g[y_j(t)]], \quad i \neq j \in \{1, 2\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Szybko zaobserwowano, że uśrednienie wartości wag (wyrażone operatorem wartości oczekiwanej) prowadzi po prawej stronie do wyrażenia $E[f[y_i(t)]g[y_j(t)]]$. Uwzględniając możliwość rozwijania funkcji nieliniowych w szereg Taylora, można było to powiązać z twierdzeniem o niezależności stochastycznej. Pojęcie statystycznej niezależności, które się wyłoniło w kontekście tego problemu, ukazało swoje nowe oblicze, w szczególności w stosunku do pojęcia korelacji (a dokładniej nieskorelowania). Mimo świadomości różnic między statystyczną niezależnością a dekorelacją, zarówno obecnie, a tym bardziej w latach 80., w praktyce analizy danych znaczna większość modeli probabilistycznych opierała się na założeniach gaussowskich (normalnych) rozkładów, dla których pojęcia niezależności oraz dekorelacji są tożsame.

W omawianym rzeczywistym problemie sygnały nie były gaussowskie, ich dekorelacja zaś nie dawała pożądaných efektów. Pełna niezależność statystyczna takich sygnałów może być osiągnięta po wyeliminowaniu z wzajemnych zależności nie tylko korelacji drugiego rzędu, ale także związków wyższych rzędów. Uświadomiło to potencjał tkwiący w statystykach rzędu wyższego oraz ograniczenia „automatycznego” wiązania statystycznej zależności i korelacji. Spostrzeżenia te zbiegły się z intensywnym rozwojem statystyki wyższych rzędów (ang. *Higher Order Statistics*), motywowanym innymi problemami w teorii systemów i przetwarzaniu sygnałów. Związek problemu ślepej separacji ze statystyką wyższych rzędów okazał się trwały i charakteryzujący się wzajemnym przenikaniem. Konieczność wykorzystania wyższych statystyk niosła także pewne istotne ograniczenie. Mianowicie oznaczała, że eksplorując pojęcie niezależności, nie da się odseparować zmieszanych sygnałów gaussowskich, które są w pełni określone przez statystyki pierwszego i drugiego rzędu.

⁷ Hérault J., Jutten Ch., *Space or time adaptive signal processing by neural network models*, International Conference on Neural Networks for Computing, Snowbird 1986.

Wyniki uzyskane przez grupę Herrault i Juttena, prezentowano w latach 1985–1986 na konferencjach poświęconych sieciom neuronowym, m.in. Cognitiva'85, GRETSI'85 oraz Snowbird'86. Mimo że zwróciły one uwagę kilku badaczy, także z laboratoriów komercyjnych, nie było wielkiej chęci, by nim się poważniej zajmować. W 1988 r. koncern Thomson-Sintra zatrudnił P. Comona specjalnie do pracy nad tym zagadnieniem. W samej firmie nikt z pracowników naukowo-badawczych nie chciał się angażować w zagadnienie, które uważano za wysoce tajemnicze i nie gwarantujące sukcesów szybciej niż w ciągu roku. P. Comon zaczął pracę od analizy istniejących metod i teorii, w rezultacie „odkrywając” twierdzenie Darmois z 1953 r. Pozwalało ono na precyzyjne sformułowanie zagadnienia separacji w kategoriach poszukiwania składników niezależnych⁸. Dotychczasowe intuicje i wnioski z analizy heurystycznych algorytmów uzyskały umocowanie w formalnym wywodzie matematycznym.

Jednak sformalizowane postawienie problemu, czyli stwierdzenie, że dla modelu liniowego o niegaussowskich sygnałach (zmiennych losowych) estymacja składników niezależnych jest wystarczająca do separacji sygnałów źródłowych, nie oznaczało, iż wiedziano, jak to skutecznie wykonać. Algorytm Herrault i Juttena dla większej liczby sygnałów mających istotnie różne amplitudy lub dla sygnałów nieco „trudniejszych” niż proste regularne przebiegi (np. sinusoida i prostokąt) dawał bardzo słabe wyniki.

Podczas seminarium w Grenoble w 1987 r. J. Herrault oraz C. Jutten zademonstrowali analogowe urządzenie elektroniczne pozwalające na separację dwóch sygnałów akustycznych. Zainterесowało to J.F. Cardoso, który w przeciwieństwie do poprzedników stykających się z tym zagadnieniem, szybko dostrzegł tkwiący tu potencjał, zarówno praktyczny jak i teoretyczny, znacznie wykraczający poza techniczną ciekawostkę. Rozwiązanie prezentowane na Cognitiva'85, przyciągnęło także uwagę T. Sejnowskiego, który później mówił: „Ponieważ nie rozumiałem, dlaczego te sieci mogą osiągnąć rezultaty, które osiągają, zaoferowałem to zagadnienie nowym studentom w moim laboratorium jako problem badawczy”⁹.

Prace te nie były jednak szczególnie zauważane na forum międzynarodowym do 1989 r., kiedy na konferencji poświęconej analizie spektralnej wyższych rzędów J. Cardoso oraz P. Comon zaprezentowali swoje badania, formułując pojęcie analizy składowych niezależnych (ang. *Independent Component Analysis* – ICA). W tym kształcie pojęcie to funkcjonuje także obecnie. Zaprezentowane wtedy przez Cardoso

⁸ Cao X.-R., Liu R.-W., *General approach to blind source separation*, „IEEE Transactions on Signal Processing” 1996, vol. 44, no. 3, s. 562–571.

⁹ P. Comon, Ch. Jutten, *Handbook of Blind Source Separation: Independent Component Analysis and Applications*, Academic Press, 2010, s. 7.

algebraiczne podejście wykorzystujące tensory kumulantów wyższych rzędów prowadziło m.in. do algorytmu JADE. Jest to do dziś jeden ze skuteczniejszych algorytmów w zakresie ICA. Prace te uruchomiły proces badań nad ICA oraz BSS w skali międzynarodowej. W 1994 r. P. Comon sformalizował pojęcia analizy składowych niezależnych, wykorzystując pojęcia teorii informacji oraz definiując tzw. funkcję kontrastu, co umożliwiło sprowadzenie zagadnienia separacji do określonego problemu optymalizacji¹⁰.

Po tych pionierskich latach w stosunkowo krótkim czasie pojawiło się wiele nowych i efektywnych technik w zakresie ICA oraz BSS. Przede wszystkim w pierwszej połowie lat 90. nastąpiło znaczące rozwinięcie algorytmu Herrault i Jutena. Zaproponowane przez A. Cichockiego i innych rozwiązanie w układzie sieci neuronowych doprowadziło do jednego z najpopularniejszych obecnie algorytmów, następnie intensywnie rozwijanego i modyfikowanego. Algorytm oparty na nieliniowej dekorelacji został wyprowadzony jako proste rozwinięcie metody Herrault i Jutena (HJ). Rozwinięcie to polegało na uzupełnieniu macierzy wag w rekursywnej sieci neuronowej niezerowymi wagami na głównej diagonalnej oraz przekształceniu sieci rekursywnej do postaci sieci jednokierunkowej $\mathbf{y}=\mathbf{W}\mathbf{x}$. W efekcie otrzymano algorytm postaci¹¹:

$$\mathbf{W}(t+1) = \mathbf{W}(t) + \mu(t) [\mathbf{I} - \mathbf{f}(\mathbf{y}(t))\mathbf{g}^T(\mathbf{y}(t))] \mathbf{W}(t), \quad (4)$$

gdzie \mathbf{W} jest macierzą wag, a $\mathbf{f}(\cdot)$ oraz $\mathbf{g}(\cdot)$ są wektorami odpowiednio dobranych funkcji nieliniowych. W stosunku do rozwiązania Herrault i Jutena, poza zmianą postaci z ciągłej na dyskretną, zasadniczą różnicą było przyjęcie jednokierunkowej sieci neuronowej oraz wykorzystanie pełnej macierzy wag w algorytmie uczenia. Pozwoliło to ustabilizować proces uczenia oraz znacznie zwiększyło jego efektywność. Okazało się jednocześnie, że algorytmy tego typu są bardzo wrażliwe na dobór współczynnika uczenia. Adaptacyjny jego dobór jest w zasadzie niezbędny dla skutecznej separacji. Kolejną kwestią był dobór funkcji nieliniowych.

Sformalizowane postawienie problemu BSS i jego oderwanie od konkretnego fizycznego zagadnienia zapoczątkowało badanie metod separacji także z innymi, bardziej ogólnymi systemami mieszającymi. W połowie lat 90. problem był już postawiony we wszelkich obecnych odmianach, znane były także skuteczne algorytmy

¹⁰ Comon P., *Independent Component Analysis, a new concept?*, „Signal Processing” 1994, vol. 36, no. 3.

¹¹ Cichocki A., Unbehauen R., *Robust neural networks with on-line learning for blind identification and blind separation of sources*, „IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamentals Theory and Applications” 1996, vol. 43, no. 11, s. 894–906.

rozwiązania klasycznego linowego przypadku. Jednak nadal, pomijając pewne uzasadnienia *aposteriori* na gruncie statystyki wyższych rządów i nieliniowej dekorelacji, nie było kompletnej teorii tłumaczącej działania tych algorytmów, w tym reguł doboru nieliniowości. Istotnym krokiem w rozwoju dyscypliny BSS był opublikowany w 1995 r. artykuł T.J. Sejnowskiego i A.J. Bella¹². Zaproponowano w nim elegancką interpretację estymacji składników niezależnych w kategoriach maksymalizacji entropii (zasada infomax) na wyjściu sieci neuronowej separującej sygnały. Przyjęcie tej zasady prowadziło do następującego algorytmu:

$$\mathbf{W}(t+1) = \mathbf{W}(t) + \mu(t) \left[\left(\mathbf{W}(t)^T \right)^{-1} - \mathbf{f}(\mathbf{y}(t)) \mathbf{x}^T(t) \right]. \quad (5)$$

Był on w pewnym sensie podobny do algorytmu (4), wyprowadzony z eleganckiej matematycznej zasady, a jednak zaskakująco nieefektywny. Jak się okazało, zasadniczym problemem był tu przyjęty proces optymalizacji.

Połączenia różnych rozwiązań dokonano na podstawie minimalizacji wzajemnej informacji i opracowanej przez S. Amarię nowej metody optymalizacji, opartej na tzw. gradiencie naturalnym¹³. Metoda ta uwzględniała nieriemmanowską charakterystykę przestrzeni probabilistycznych. S. Amari dokonał także formalnego opisu algorytmów separacji w kategoriach niezmienniczości grup Liego.

Równolegle prowadzone były badania nad wykorzystaniem technik estymacji metodą największej wiarygodności. Kolejne prace pokazały, że podejście minimalizacji informacji oraz metoda największej wiarygodności są ekwiwalentne.

Metoda analizy składowych niezależnych, początkowo na tyle zdominowała zagadnienie, że często sam problem (BSS) i metoda (ICA) były z sobą utożsamiane. Jak się okazało, było to w pełni zasadne tylko przy modelowaniu źródeł jako zmiennych losowych lub niegaussowskich białych szumów. Czyli w przypadku w którym kolejność obserwacji nie ma znaczenia lub nie jest uwzględniana. Nie wyczerpywało to w pełni zagadnienia, w którym nowe możliwości otworzyła eksploracja struktury czasowej sygnałów. Już w 1991 r. teoretyczne prace L. Tonga związane z szumowym BSS, zawierały idee, które w przyszłości miały zaowocować bardzo efektywnymi algorytmami opartymi na statystykach drugiego rzędu¹⁴.

¹² Bell A.J., Sejnowski T.J., *An information maximization approach to blind separation and blind deconvolution*, „Neural Computation” 1995, vol. 7, no. 6, s. 1129–1159.

¹³ Amari S., *Natural gradient works efficiently in learning*, „Neural Computation” 1998, vol. 10, s. 271–276.

¹⁴ Tong L., Soon V., Huang Y.F., Liu R., *Indeterminacy and identifiability of blind identification*, „IEEE Transactions on Circuits and Systems” 1991, vol. 38.

W 1993 r. A. Belouchrani z innymi, zaprezentowali algorytm SOBI, wykorzystujący procedurę łącznej diagonalizacji macierzy – w tym przypadku wykorzystany do jednoczesnej diagonalizacji, zestawu macierzy korelacji z opóźnieniami¹⁵. Otworzyło to obszar badań określany jako ślepa separacja sygnałów metodami statystyki drugiego rzędu (ang. *Second Order Statistics Blind Signal/Source Separation*, SOS-BSS). Dalszy rozwój tej ścieżki separacji wiąże się m.in. z neuronowym algorytmem Matsuoka i Kawamoto oraz rozwinięciem idei wykorzystania macierzy korelacji z opóźnieniami¹⁶. W 2001 r. R. Szupiluk zaproponował algorytm oparty na dwukrokowej sekwencyjnej dekorelacji z opóźnieniami¹⁷. Okazało się, że do koncepcji tego algorytmu pasują teoretyczne rozważania wcześniej prowadzone przez L. Tonga. W efekcie, powstała bardzo efektywna metoda zwana AMUSE, oparta na „czystych” i prostych operacjach algebry numerycznej – nie wymagająca rozwiązywania złożonych kwestii uczenia systemu separującego.

Pod koniec XX w. problem BSS był jednym z „najgorętszych” zagadnień szeroko rozumianego przetwarzania sygnałów. Zyskiwał także coraz większą rangę na płaszczyźnie ogólnych metod statystycznego uczenia systemów. Neuronowe algorytmy analizy składowych niezależnych stały się sztandarowym przykładem systemów uczących się bez nadzoru, w szczególności sieci neuronowych. Metody BSS zaczynały być rozważane w ogólnych kategoriach matematycznego problemu odwrotnego oraz jako metody statystyki wielowymiarowej. W tym klimacie w 1999 r. w „Nature” pojawiła się publikacja Lee i Seunga ukazująca, jak za pomocą prostego algorytmu nieujemnie faktoryzującego macierze można dokonać niezwykłych operacji na obrazach, np. wyłowić z obrazu pojedynczy jego obiekt¹⁸. Mogła to być twarz w cyfrowym obrazie, segment w danych tekstowych bądź określona charakterystyka w danych spektrograficznych. W ten sposób pojawiła się metoda mająca zdominować obszar BSS w ostatniej dekadzie, ogniskując uwagę badaczy w miejsce stosunkowo wyeksploatowanych metod ICA oraz SOS-BSS.

¹⁵ Belouchrani A., Abed-Meraim K., Cardoso J.-F., Moulines E., *Second-order blind separation of temporally correlated sources*, Proceedings of International Conference on Digital Signal Proceedings (Cyprus), 1993, s. 346–351.

¹⁶ Matsuoka K., Kawamoto M., *A neural net for blind separation of nonstationary signal sources*, IEEE Symposium on Circuits and Systems, 1994, s. 221–226.

¹⁷ Szupiluk R. *Metody redukcji i estymacji szumów przy estymacji i separacji sygnałów statystycznie niezależnych*, Politechnika Warszawska, 2002.

¹⁸ Lee D. D., Seung H.S., *Learning the parts of objects with nonnegative matrix factorization*, „Nature” 1999, no. 401.

Zainteresowanie nieujemnością w środowisku BSS pojawiało się stopniowo. Na początku przejawiało się w postaci dodatkowych warunków nieujemności, nakładanych na klasyczne rozwiązania BSS, co wyrażało się pewną modyfikacją istniejących algorytmów. Sam algorytm Lee–Seunga, mimo przekonującego przykładu zastosowania, budził mieszane opinie. Okazało się bowiem, że możliwości tego algorytmu są bardzo ograniczone, a jego efektywność w ogólnym przypadku jest stosunkowo niska¹⁹. Próby jego zastosowania do praktycznych problemów, z którymi dobrze radziły sobie klasyczne algorytmy BSS, wypadały bardzo niekorzystnie dla NMF. Stopniowo jednak zaczęto doceniać pomysłowość koncepcji, na której oparto wyprowadzenie tego algorytmu, w szczególności kwestie związane z wyborem i eksploracją funkcji celu w postaci dywergencji.

Dalsze badania przyniosły wiele nowych koncepcji bazujących na różnych kryteriach. W efekcie można mówić o takich metodach, jak analiza składowych niezależnych (ang. *Independent Component Analysis* – ICA), nieujemna analiza składowych niezależnych²⁰, tomograficzna analiza składowych niezależnych (ang. *Tomographic ICA*), jądrowa analiza składowych niezależnych (ang. *Kernel ICA*), *Tree-dependent Component Analysis*, *Subband Decomposition ICA*, analiza komponentów rzadkich (ang. *Sparse Component Analysis* – SCA), rzadka analiza składowych głównych (ang. *Sparse PCA* – SPCA), nieliniowa analiza składowych głównych (ang. *Nonlinear PCA* – NPCA), nieujemna faktoryzacja macierzy (ang. *Non-negative Matrix Factorization* – NMF), analiza składowych gładkich (ang. *Smooth Component Analysis* – SmCA), *Parallel Factor Analysis* (PARFAC), analiza komponentów czasowo-przestrzennych (ang. *Time-Frequency Component Analysis* – TFCA), wieokanałowa ślepa dekonwolucja (ang. *Multichannel Blind Deconvolution* – MBD), analiza czynników niezależnych (ang. *Independent Factor Analysis* – IFA), metody separujące oparte na statystykach drugiego rzędu, jak SOBI, AMUSE²¹.

¹⁹ Berry M., Browne M., Langville A., Pauca P., Plemmons R., *Algorithms and Applications for Approximate Nonnegative Matrix Factorization*, „Computational Statistics & Data Analysis” 2007, vol. 52, no. 1, s. 155–173.

²⁰ Plumbley M.D., *Algorithms for nonnegative independent component analysis*, „Neural Networks” 2003, vol. 14, no. 3.

²¹ Cichocki A., Amari S., *Adaptive Blind Signal and Image Processing*, Wiley, Chichester 2002.

1.2. Neuroekonomia

Metody ślepej separacji w szczególnie sposób znalazły zastosowanie w pionierskich badaniach ekonomii eksperymentalnej określanych mianem neuroekonomii. Neuroekonomia, w poszukiwaniu podstaw decyzji ekonomicznych sięga do samych postaw ludzkiego działania, jakim są procesy umysłowe zachodzące w mózgu człowieka.

Umysł ludzki jest fenomenem intrygującym badaczy od zawsze, mimo to jest obszar nie tylko nadal słabo naukowo rozpoznany ale nie do końca wiadomo w jaki sposób ma być poznawany i czy w ogóle może być poznawany. Zagadnienie ludzkiego poznania podejmowane jest z różnych punktów widzenia. Zajmują się nim m.in. takie dyscypliny jak filozofia, epistemologia, kogintywistyka, sztuczna inteligencja, psychologia, psychiatria, fizjologia, neurofizjologia, neurocybernetyka. Jednak jak się ocenia na dzień dzisiejszy, jesteśmy bardzo daleko od poznania jak nasz umysł funkcjonuje, czym jest inteligencja ludzka oraz w jaki sposób podejmujemy decyzje. Podziały stanowisk wśród naukowców przebiegają już na etapie kwestii czy w ogóle możemy procesy umysłowe badać i poznawać. Wybitny fizyk oraz matematyk R. Penrose twierdzi, że umysłowość ludzka, w szczególności inteligencja człowieka, ma charakter niealgorytmiczny. Jej „źródło” zaś znajduje się na poziomie kwantowym, czyli de facto jest poza granicami naszego poznania metodami fizycznymi²². Z kolei kognitywiści wierzą, że procesy umysłowe można badać, poznawać oraz modelować. Jest to wg nich kwestia wyłącznie stopniowego poznawania fizjologii mózgu, wraz z odpowiednim ujęciem modelami matematycznymi. Jednak, dotychczasowe wielkie programy sztucznej inteligencji, niezależnie od uzyskanych „przy okazji” wielu ciekawych wyników naukowych w swym głównym zamiarze poniosły spektakularną porażkę – najwyraźniejszym przykładem jest tu japoński program „inteligentnych” komputerów piątej generacji wraz koncepcją języka logiki Prologu²³. Wynik ten, w zasadzie potwierdził opinie o ograniczonych możliwościach naśladowania (modelowania, poznawania) procesów umysłowych, które znajdujemy znacznie wcześniej u filozofów i logików. Słynną krytykę logicznego uzasadnia potocznie rozumianego zjawiska przyczynowości, znajdujemy już u Hume’a. Stanowisko Hume’a często jest utożsamiane z negacją istnienia przyczynowości jako takiej; w istocie Hume nie powątpiewał w istnienie i postrzeganie przez człowieka

²² Penrose R., *Nowy umysł cesarza: o komputerach, umyśle i prawach fizyki*, PWN, Warszawa 1995.

²³ Kisielewicz A., *Sztuczna Inteligencja i Logika*. Podsumowanie Przedsięwzięcia Naukowego WNT, 2011.

przyczynowości, natomiast wykazywał niemożność jej uzasadnienia na bazie wnioskowania w oparciu o klasyczną logikę²⁴. Podobnie, mało rozpoznany obszarem są zagadnienia relacji między naszym wewnętrznym stanem ducha, naszymi decyzjami, motywacjami, inspiracjami i dążeniami a aktywnością fizjologiczną naszego ciała.

Od czasu dualistycznej koncepcji Kartezjusza, w zasadzie nie istnieje nowa teoria, w jaki sposób nasza wola przekształcana jest w działanie²⁵. Dotychczasowe badania funkcji ludzkiego mózgu oraz układu nerwowego bazowały na analizie prostych eksperymentów nad reakcjami nerwowymi. Wyrosła z tych badań teoria odruchów stanowiąca, że w prostych przypadkach reakcje nerwowe są niemal w pełni deterministyczne, tzn. pobudzenie określonego nerwu prowadzi do dość ściśle określonej reakcji np. skurczu mięśnia. Pojawia się jednak pytanie, w jaki sposób te deterministyczne reakcje odruchów nerwowych, można odnieść do złożonego zagadnienia umysłowości człowieka, jego nieprzewidywalności oraz wolnej woli. Jedną z odpowiedzi na to pytanie przynosi ekologia behawioralna, wykorzystująca koncepcje teorii ewolucji oraz rachunku prawdopodobieństwa. Wg tych koncepcji, przeżycie zwierząt nie może być deterministycznym mechanizmem, ponieważ byłoby zbyt przewidywalne dla drapieżników. Doprowadziło to do badań celowości działania organizmów, starających się o maksymalne przystosowanie do warunków środowiska. W tym celu, zwierzęta dokonują szacowania prawdopodobieństw konsekwencji podejmowanych decyzji. W pewnym sensie, podobne podejście do kwestii decyzji inwestycyjnych obrali D. Kahneman i A. Tversky w swojej teorii perspektyw²⁶. Koncentrowali się oni przede wszystkim, na aspekcie wpływu emocji na szacowanie prawdopodobieństw. Jednym ze znaczących wniosków z ich badań było wykrycie asymetrii jaka jest związana ze sposobem podejmowania decyzji w wyniku których ludzie ponoszą straty oraz decyzji w wyniku których donoszą korzyści. Jednak ekonomia behawioralna, mimo że wskazuje na wiele słabości założeń odnośnie racjonalności ludzkiego działania leżących u podstaw standardowych teorii ekonomicznych, posiada poważne ograniczenie w postaci braku konkretnych narzędzi pozwalających ilościowo oceniać procesy gospodarcze. Dodatkowymi zarzutami wobec ekonomii behawioralnej jest fakt, że choć przyjmuje ona nieracjonalność

²⁴ Magee B., *Historia Filozofii*, Wydawnictwo Arkady, 2000.

²⁵ Dębiec J., *Problemy determinizmu i wolnej woli w neurobiologii — neuroekonomia Paula Glimchera*, „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce” 2004, XXXIV.

²⁶ Czerwonka M., Gorlewski B., *Finanse behawioralne*, Wydawnictwo Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2012.

zachowań ludzkich - to jednocześnie zakłada, że owe odstępstwa od standardowych modeli racjonalności mają ściśle określony schemat²⁷. W efekcie, zdaniem R. Frydmana i M. Goldberga ekonomia behawioralna wpada w podobne co nurty standardowe problemy epistemologiczne ze zdeterminowanymi i apriorycznymi modelami.

Badania ekologów ewolucyjnych jak również finansistów behawioralnych mimo, że odnosiły się do zachowań i decyzji, nie wiązały się z bezpośrednimi badaniami funkcjonowania mózgu. Powiązanie koncepcji zachowań behawioralnych z kwestiami funkcjonowania mózgu zostało dokonane przez D. Mara²⁸. Zaproponowana przez niego koncepcja działania mózgu i układu nerwowego ukierunkowanego na cel, stała się podstawą analizy ekonomicznych procesów decyzyjnych zapoczątkowanej przez P. Glimchera²⁹. Otworzyło to drogę do powstania dyscypliny określanej obecnie jako neuroekonomia. Jednak zasadniczym ograniczeniem we wszelkich badaniach związanych z mózgiem jest dostęp do rejestracji jego aktywności a następnie problemy z analizą tych danych. Oznacza to iż postęp w dziedzinie badań neurofizjologicznych także neuroekonomicznych jest silnie zależny od możliwości analizy sygnałów generowanych przez mózg³⁰. Chodzi tu zarówno o rozwój technologii rejestracji aktywności mózgu jak EEG, MEG, fMRI jak również o metody analizy otrzymanych sygnałów i obrazów³¹. W tym obszarze coraz większą rolę zaczynają odkrywać metody okrywania wzorców oraz techniki ślepej separacji³².

1.3 Metody separacji jako reprezentant systemów uczących się

Obecny rozwój metod separacji odbywa się w wielu kierunkach w sposób charakterystyczny dla dojrzałych dyscyplin. Choć samo zagadnienie fizycznej separacji nadal jest istotnym aspektem aplikacyjnym, ma także duże znaczenia dla

²⁷ Frydman R., Goldberg M. *Imperfect Knowledge Economics*, Princeton University Press, 2007.

²⁸ Dębiec J., *Problemy determinizmu i wolnej woli w neurobiologii — neuroekonomia Paula Glimchera*, „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce” 2004, XXXIV.

²⁹ Glimcher, P., *Decisions, Uncertainty, and the Brain: The Science of Neuroeconomics*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2003.

³⁰ Kacprzyk J., *Neuroeconomics: Yet Another Field Where Rough Sets Can Be Useful?* Proceedings of RSCTC, 2008.

³¹ Cichocki A., Zdunek R., Phan A.-H., Amari S., *Nonnegative Matrix and Tensor Factorizations: Applications to Exploratory Multi-way Data Analysis*. John Wiley, 2009.

³² Flexer A., Makeig S.: *Correlation of Subjective Expectation and P300 Amplitude during a Game of Matching Pennies*, Technical Report, Oesterreichisches Forschungsinstitut fuer Artificial Intelligence, Wien, TR-2004-19, 2004.

weryfikacji nowych koncepcji, także tych z gruntu teoretycznych, to wiele poszczególnych metod stało się podmiotem badań czysto matematycznych. Zagadnienia te rozważane są w ogólnych kategoriach problemu odwrotnego, źle uwarunkowanych układów liniowych lub zagadnień minimalnej normy. Nastąpiła także specjalizacja algorytmów separacji dedykowanych poszczególnym problemom. Jednocześnie mimo adaptacji na gruncie stricto matematycznym metody separacji nadal te zaliczane są do kategorii systemów uczących się, co więcej traktowane są jako główny reprezentant klasy systemów uczących się bez nadzoru.

W ten oto sposób problemy z gruntu matematyczne rozwiązywane są częściowo w quasi empiryczny i heurystyczny sposób. Jest to o tyle interesujące i zastanawiające, że analiza składowych niezależnych jest z gruntu metodą statystyczną zaś nieujemna faktoryzacja macierzy jest z gruntu zagadnieniem algebraicznym. Co więcej opisane metody, mimo wykorzystania i rozwinięcia zaawansowanych technik matematycznych zostały opracowane zasadniczo poza głównymi nurtami matematyki, w tym poza statystyką czy algebrą, zaś na grunt czystej matematyki trafiły w fazie stosunkowo dojrzałej. Zasadniczy ich rozwój dokonał się w środowiskach zajmujących się analizą danych i sygnałów, przetwarzaniem neuronowym oraz sztuczną inteligencją, a znalezienie tych rozwiązań wymagało zasadniczo badań empirycznych, często rozwiązań informatycznych, inżynierskich i heurystycznych³³.

Można więc powiedzieć, że wymagało to wyjścia poza gorset sformalizowanych teorii lub inaczej mówiąc ów gorset w zasadzie rozwinięcie tych metod uniemożliwił. Wymagał także rozwinięcia oraz stworzenia nowego aparatu pojęciowego. Owa potrzeba kreowania nowych pojęć, miar czy wielkości - często nieintuicyjnych, „niewygodnych” lub mało eleganckich z formalnego punktu widzenia, wymaga zwykle zewnętrznej potrzeby. I choć początkowy fizyczny problem był istotny głównie na etapie wyabstrahowania i zdefiniowania zagadnienia w ogólnych kategoriach matematycznych, to jednocześnie stanowił dość bezwzględny recenzenta licznie kreowanych rozwiązań matematycznych. Niektóre z tych rozwiązań swoją elegancją, logiką i pomysłowością matematyczną wydawały się koniecznie prawdziwie i skuteczne, jednak empiryczna weryfikacja ukazywała ich nieskuteczność a w konsekwencji niepoprawność konstrukcji.

³³ Lakatos I. *Renesans empiryzmu we współczesnej filozofii matematyki*, w: *Współczesna filozofia matematyki*, red. R. Murawski, PWN 2002.

2. Ujęcie ogólne - eksploracja danych a teoria

Omówione wyżej metody separacji zaliczane są do klasy systemów uczących się (ang. Machine Learning). Te z kolei stanowią zasadniczy element szerszego procesu eksploracyjnego pozyskiwania wiedzy/informacji określanego mianem Data Mining, który obecnie definiuje się jako „proces odkrywania nowych korelacji, wzorców i trendów w wyniku eksploracji dużych wolumenów danych utrzymywanych w repozytoriach przy użyciu technologii rozpoznawania wzorców, technik statystycznych oraz matematycznych”³⁴. Można przyjąć, że efektem splotu kilku czynników jak: rozwój technologii informatycznych, powstanie nowych metod analizy danych oraz potrzeba rozwiązania konkretnych biznesowych problemów zaowocowało powstaniem dyscypliny określanej jako Data Mining³⁵. Jest znamienne, że Data Mining był w zasadzie pierwszą ogólną metodyką pozyskiwania wiedzy powstałą na gruncie badań zjawisk gospodarczych, która została rozpropagowana na wszelkie inne dyscypliny.

Metody analizy danych, w szczególności Data Mining, często są traktowane jako „czysta technika” używana bez większej znajomości zjawiska. Takie czysto mechaniczne podejście jest możliwe, ale odnosi się raczej do sytuacji szczególnych jak: dostęp ograniczony do konkretnych danych, ściśle określone wymogi techniczne (np. ograniczenie do możliwości analitycznych serwera SQL), limity czasowe tworzenia rozwiązania itp. Jednak w ogólnym przypadku Data Mining jest usystematyzowanym podejściem pozyskiwania wiedzy, w którym budowa modelu zakłada jak najlepsze poznanie i rozumienie zjawiska, co skutkuje ukierunkowaniem i określaniem całego procesu eksploracji, m.in. doboru: zmiennych, reguł indukcyjnych, technik modelowania, sposobu weryfikacji. Zakładana jest także nieustanna interakcja i cykliczne powtarzenie poszczególnych etapów analizy (także etap poznawania zjawiska) w miarę postępów eksploracyjnych. W efekcie zagadnienie różnic (lub podobieństw) między podejściem eksploracyjnym a teoretycznym sprawdza się do sposobów wnioskowania o zjawisku oraz przekonań co do jego natury.

³⁴ <http://www.gartner.com/technology/it-glossary/>

³⁵ Data Mining często jest traktowany jako element szerszego procesu pozyskiwania informacji biznesowej nazywanego mianem Business Intelligence obejmującego także gromadzenie i organizację danych, zaś typowe i charakterystyczne dla Data Mining metody analityczne określane są mianem metod Machine Learning. Ponieważ jednak Data Mining obecny jest nie tylko w biznesie i stosuje także metody wykorzystujące proces uczenia ale nie zaliczane do uczenia maszynowego (np. nieujemna faktoryzacja macierzy) to całokształt zagadnień związanych z interesującym nas podejściem w analizie danych określimy mianem Data Mining.

2.1 Metoda a zjawisko ekonomiczne

Mówiąc o relacji między teorią (ortodoksyjną) a metodami analizy danych zasadniczy problem w obszarze ekonomii pojawia się już na wstępie. Przede wszystkim analiza i poszukiwanie wzorców ma sens o ile założymy że takowe istnieją. W odniesieniu do teorii zakładających efektywność i racjonalności rynków jest to fundamentalna różnica założeń i przekonań co do badanego fenomenu. Jednak o ile takie kontrowersje mają miejsce na płaszczyźnie akademickiej to już rzeczywisty rynek zgoła się tym nie przejmuje.

Rosnąca rola automatycznych systemów transakcyjnych, podejmujących decyzje w oparciu o metody rozpoznawania wzorców jest faktem. Skala tego zjawiska nie tylko nie jest marginalna ale zaczyna dominować na rynkach finansowych. Przykładowo ocenia się, że na giełdzie w Londynie ok. 50-70% transakcji zawieranych jest przez systemy automatyczne. Niezależnie od praktycznych implikacji tego stanu rzeczy (np. zwiększona zmienność) pojawia się fundamentalne pytanie odnośnie fundamentów funkcjonowania współczesnych rynków i teorii je opisujących. Jeżeli autonomiczne modele (czy też systemy) są aktywnym podmiotem gry rynkowej to stawia to pod znakiem zapytania fundamentalne założenia o podstawach ekonomii w ludzkim działaniu.

W efekcie, o ile w większości dyscyplin na linii „teoria i hipoteza” a „dane empiryczne i analiza” obserwujemy naturalne podziały lub preferencje co do danego podejścia badawczego to w przypadku ekonomii ujawniają się odmienne stanowiska co do natury badanego fenomenu (ekonomia/gospodarka). Prowadzi to wprost do kwestii metodologicznych oraz epistemologicznych, w tle których widzimy problem aparatu pojęciowego używanego w opisie zjawisk ekonomicznych.

2.2 Kwestia metodologiczna

Problematyka metodologii badawczej ma wielowiekową historię dyskusji i sporów, przy czym obecnie z całą siłą wkroczył na to pole wymiar technologiczny. Olbrzymie ilości danych empirycznych pozwalają podjąć próbę nowego wnioskowania o zjawiskach do niedawna uważanych za zbyt złożone lub niedostępne bezpośredniemu wglądowi badawczemu. Dotychczas, ową niedostępność starano się zniwelować (z lepszym lub gorszym skutkiem) silnym podejściem redukcyjnym oraz apriorycznymi założeniami. Sytuacja uległa znaczącej zmianie z chwilą pojawienia się masowych wolumenów danych oraz intensywną eksploracją. Z metodologicznego punktu widzenia otworzyło to pytanie jaka jest relacja metod analizy danych

(eksploracji wzorców) w stosunku o klasycznych ilościowych metod ekonomii tj. ekonometrii.

W kwestii stosunku metod analizy danych do ekonometrii możemy powiedzieć, że zasadniczy podział rozwiązań ilościowych wiąże się z relacją wolumenu posiadanych danych empirycznych do ilości informacji eksperckiej (teoretycznej, apriorycznej) o zjawisku. W przypadku małej ilości danych, ową ograniczoną informację tkwiącą w nich musimy kompensować wiedzą (lub założeniami) apriorycznymi, stąd klasyczny model ekonometryczny wychodzi z aktualnej teorii ekonomicznej. Kluczową kwestią jest tu procedura dopasowania modelu do założeń teoretycznych stąd znacząca uwaga poświęcana jest jak najstaranniejszej weryfikacji owej wiedzy a priori (założeń).

W przypadku dużej liczby danych, wiedza aprioryczna (założenia) przestaje być tak istotna. Pozwala to „atakować” problemy złożone, co do których nie istniała satysfakcjonująca teoria objaśniająca lub istnieć zgoła nie mogła. Kosztem jaki tu płacimy, jest ograniczony zakres problemów posiadających odpowiednio liczną reprezentację danych. W efekcie mamy do czynienia z pewnym komplementarnym systemem podejść, który zaczyna być powszechnie dostrzegany i akceptowany. Należy przy tym nadmienić, że takie instrumentalne i nie interpretowalne podejście ma także od dawna swego reprezentanta w łonie ekonometrii określanego mianem modeli symptomatycznych.

O ile takie uporządkowanie w zasadzie kończy kwestię różnic czy sporów z punktu widzenia ekonometrii w szerokim tego słowa rozumieniu, to z punktu widzenia teorii ekonomicznej sytuacja wygląda dość odmiennie. Jednym z zasadniczych zagadnień jest konstrukcja i wykorzystanie aparatu pojęciowego opisującego zjawiska ekonomiczne.

Dominujące nurty ortodoksyjne są ze swej natury konstrukcjami aprioryczno dedukcyjnymi, o charakterze w znacznej mierze normatywnym i idealistycznym, w których aspekt instrumentalny (możliwość prognozy) jest drugorzędny lub zgoła negowany jako fakt logicznie niemożliwy (np. M. Friedman i braku darmowego obiadu). Łączy się to logicznie i elegancko z dominującymi teoriami/hipotezami efektywności i racjonalności³⁶ rynkowej postulującymi brak wzorców i modeli rynkowych pozwalających na skuteczną prognozę. Należy zaznaczyć, że modelowe upraszczanie, idealizacja oraz aprioryczne założenia odnoszą się nie tylko do fundamentów teorii (na kształt postulatów Euklidesa) ale występują na wszelkich poziomach dyskursu ekonomicznego skutkując modelami osadzonymi w trudnej do

³⁶ W rozumieniu hipotezy racjonalnych oczekiwań.

ogarnięcia pajęczynie wielowarstwowych założeń, postulatów, uproszczeń i idealizacji.

Choć samo podejście aprioryczno dedukcyjne, redukcyjne oraz idealizacyjne odnajdujemy w szeroko rozumianym ideale nowożytnej nauki, to jednak brak silnego instrumentalnego elementu skłania do bujnego rozwoju wyabstrahowanych od rzeczywistości koncepcji, raczej o charakterze matematycznym niż ekonomicznym. Samo zagadnienie skrajnie wysokiej matematyzacji teorii ekonomicznych głównego nurtu przy jednocześnie ograniczonych walorach instrumentalnych (problem prognozy) choć często zastanawiające, kontrowersyjne lub krytykowane przez samych ekonomistów ma jednak długą tradycję, zaś jego przyczyn można upatrywać w kwestiach natury instytucjonalnej, środowiskowej czy historycznej³⁷.

Niezależnie od przyczyn tego stanu rzeczy wyrażenie problematyki ekonomicznej formalnym i dedukcyjnym aparatem matematycznym ma poważną konsekwencję poznawczą. Jeżeli punktem rozważań ekonomicznych jest formalna teoria matematyczna, przyporządkowująca pojęciom matematycznym pojęcia ekonomiczne, (np. postaci „zmiany indeksów są ruchem Browna”), to następuje uwiązanie treści ekonomicznych w matematyczny gorset pojęciowy. W takim podejściu, niejako automatyczne i w sposób nieunikniony następuje przeniesienie do ekonomii matematycznego sposobu myślenia w zakresie formy i treści.

Aby zobrazować powyższe uwagi weźmiemy pod uwagę zagadnienie niepewności, będące, szczególnie obecnie, kluczowym zagadnieniem współczesnej gospodarki we wszelkich jej wymiarach. Mimo swej wagi pojęcie to na gruncie teorii ekonomii traktowane jest dość specyficznie. Przede wszystkim, w standardowym wykładzie ekonomii matematycznej nurtów neoklasycznych, niepewność w zasadzie nie występuje. Mechanizmy tu prezentowane są zgoła deterministyczne, zaś niepewność pojawia się na poziomie implementacji modelu jako wyraz pewnych technicznych niedokładności i niedostatków informacyjnych lub pomiarowych. Oryginał i dogłębne rozumienie niepewności przez Keynesa, Hayeka czy Knighta zostało w większości dyskursu ekonomicznego głównych nurtów zapomniane lub pomijane. I choć w ostatnim czasie ożywa ponownie³⁸ (m.in. jako efekt kryzysu), to jednak doceniane jest raczej przez matematyków niż ekonomistów³⁹.

³⁷ Mayer T. *Prawda kontra precyzja w ekonomii*, PWN, Warszawa 1996.

³⁸ Frydman R., Goldberg M., *Imperfect Knowledge Economics – Exchange Rates and Risk*, Princeton University Press, 2007.

³⁹ Mamy na myśli teorie rachunku prawdopodobieństwa opozycyjne do klasycznego nurtu opartego na aksjomatyce Kołmogorowa.

Z kolei podejścia interpretujące zjawiska gospodarcze w kategoriach losowych jak teorie rynków finansowych, dość zręcznie i szybko sobie radzą z pojęciem niepewności, ubierając ją w aparat pojęciowy rachunku prawdopodobieństwa, przy czym kluczowe kwestie - „czym w istocie jest to prawdopodobieństwo” oraz „jak je wyznaczyć” - są w typowy dla rachunku prawdopodobieństwa sposób pomijane.

Sam rachunek prawdopodobieństwa nie odpowiada bowiem na pytanie skąd wziąć początkowe prawdopodobieństwa. Już na wstępie zakłada się, iż zadana jest przestrzeń probabilistyczna czyli znane są określone prawdopodobieństwa zaś jego zadaniem jest poprawne przekształcanie jednych prawdopodobieństw w inne oraz badanie matematycznych (topologia i miara) właściwości tych obiektów i struktur⁴⁰. Ten sposób rozumowania przenika do nauki realnej jaką jest ekonomia co można zobrazować następującym, niejako modelowym, przykładem.

Zacznę od sformułowania problemu w tych samych kategoriach co poprzednio. Inwestor dysponujący kapitałem K ma wybrać między n rodzajami papierów wartościowych, x_j oznacza sumę ulokowanych w papierach j -tego rodzaju, toteż $\sum x_j = K$ ($j=1\dots n$). Jest m możliwości, czyli stanów „stanów świata”. Dla każdej możliwości znany jest przychód z jednostki kapitału ulokowanej w j -tym rodzaju papierów wartościowych; dla i -tej możliwości jest on równy a_{ij} . A więc przychód z całego portfela, dla i -tej możliwości, jest równy $\sum a_{ij}x_j$. Oznaczamy go v_i . Musimy teraz poczynić bernouilliańskie założenie, że inwestor postępuje w taki sposób, aby zmaksymalizować $U = \sum p_i u(v_i)$, gdzie p są danymi prawdopodobieństwami, zaś $u(v_i)$ jest całkowitą użytecznością przychodu v_i . Powstaje jednak pytanie, jak wykazał Arrow, jakie funkcje użyteczności można zastosować w tym przypadku. /Hicks (1988)⁴¹/

Domyślne przyjęcie znanych prawdopodobieństw zasadniczo zmienia naturę problemu. Zwróćmy uwagę, że na rynkach finansowych możemy zajmować pozycję długą i krótką. Wystarczy więc minimalna różnica prawdopodobieństwa pozycji

⁴⁰ Statystyczny aparat wnioskowania o postaci rozkładów jest z praktycznego punktu widzenia znacząco skoncentrowany wokół pojęć rozkładu normalnego i centralnego twierdzenia granicznego. W przypadkach rozkładów niegaussowskich, sytuacjach jednostkowych lub dotyczących przyszłości przyjmowane są silne założenia aprioryczne. Por. poprzedni rozdział a także: Vapnik V., *Statistical Learning Theory*, Wiley, New York 1998.

⁴¹ Hicks J.R., *Perspektywy ekonomii*, PWN, Warszawa, 1988.

długiej i krótkiej by przy odpowiednim zarządzaniu wielkością pozycji w długim terminie wygrać nieskończenie dużą wygraną (obstawiamy pozycję o większym prawdopodobieństwie). Dla podkreślenia tych uwag nieco „przerysowując” można powiedzieć, że znajomość prawdopodobieństw instrumentów finansowych oznacza istnienie darmowego obiadu, zaś tak konstruowany model wydaje się adekwatny budowaniu teorii fizycznej przy założeniu istnienia perpetum mobile.

Należy także wspomnieć, że dyskusje co do natury rachunku prawdopodobieństwa nie ograniczają się do samych zastosowań jak ww. Na dobrą sprawę zasadniczy spór o naturę prawdopodobieństwa obywa się w łonie samej matematyki⁴². Wyznaczanie początkowych prawdopodobieństw na gruncie probabilistycznym dokonuje się w sposób zasadniczo heurystyczny lub zgoła intuicyjny, często wykorzystując schematy częstościowe przed których mankamentami miała chronić aksjomatyzacja Kołmogorowa. Oceny jakości estymatorów, mimo swej matematycznej elegancji oraz interesujących właściwości formalnych także są zasadniczo heurystykami. Dodatkowo przy głębszym wglądzie w naturę rachunku prawdopodobieństwa pojawiają się logiczne problemy określenia zbiorów zdarzeń oraz niejednoznacznością wyboru miary. Wszystkie te problemy skutkują w łonie samej matematyki głębokimi kontrowersjami i podziałami łącznie z kwestionowaniem sensu podstaw samego rachunku prawdopodobieństwa. W efekcie poszukiwane są nowe podejścia, wśród których najbardziej radykalne (np. silne podejście Bayesowskie) zrywają z dotychczasową nomenklaturą rezygnując z określenia zmienna losowa oraz zastępując pojęcie prawdopodobieństwa pojęciem przekonania⁴³. O ile jednak dla samej matematyki takie kontrowersje i ferment poznawczy skutkują powstaniem kolejnego obszaru badawczego, co w rzeczy samej wzbogaca dyscyplinę matematyczną, to w przypadku teorii ekonomicznej osadzonej na jednym szczególnym schemacie rachunku prawdopodobieństwa wraz z całym gmachem interpretacji sytuacja wygląda na bardzo kłopotliwą.

Sytuacja wygląda zgoła odmiennie z punktu widzenia analizy danych. Przede wszystkim, instrumentalny charakter tych metod ogranicza niekontrolowany rozwój systemów interesujących z wyłączeniem z formalnego punktu widzenia. Z kolei pojawienie się kolejnych rozwiązań bazujących na nowych koncepcjach matematycznych czy inżynierskich w żadnej mierze nie dezawuuje rozwiązań

⁴²Piegat A. (2011.09.30) Nowa, kompletnościowa interpretacja prawdopodobieństwa, strona autora: <http://wikizmsi.zut.edu.pl/wiki/Publikacje>

⁴³ Nowak R., *Statystyka dla fizyków*, PWN, Warszawa 2002.

Jaynes E.T., *Probability theory the logic of science*, Cambridge Univ. Press, 2003.

dotychczasowych. Metody analizy danych choć zwykle się rozwijają na bazie określonego problemu praktycznego zasadniczo nie pozostają z nim nieodłącznie związane. Z tego punktu widzenia zasadniczo nie istnieje także tzw. bariera epistemologiczna, czyli przywiązanie do interpretacji i opisu zjawiska ugruntowanym środowiskowo aparatem pojęciowym. W efekcie mamy do czynienia z otwartym na naukowe innowacje obszarem w którym zasadniczo matematyczne metody tworzone są siłami inżynierów, biologów, ekonomistów, informatyków i innych. W zakresie modelowania niepewności na gruncie eksploracji danych powstały lub rozwinęły się pojęcia: zbiorów rozmytych, zbiorów przybliżonych. Co więcej nowe podejścia nie tylko są dołączane do zestawu już istniejących ale mogą być także z pozostałymi systemowo agregowane, zaś agregacja modeli jednym z intensywnym nurtów analizy danych jest agregacja modeli utworzonych w różnych podejściach. Agregacja różnych modeli na gruncie współczesnych teorii ekonomii wydaje się zasadniczo niemożliwa.

Kolejnym obszarem zróżnicowania metodyk, na którym można zogniskować dyskusję jest pojęcie modelu. Klasycznie rozumiany model (prawo, teoria) ekonomiczna ma za zdanie w jakimś sensie odzwierciedlić, opisać lub przedstawić określone zjawisko lub jego element (z reguły mówi się o uproszczonym, ale użytecznym obrazie rzeczywistości). Model w rozumieniu ekonomicznym zakłada zwykle ukazanie lub objaśnienie zjawiska zmiennymi faktycznie jej determinującymi. Instrumentalny charakter modeli Data Mining pozwala na wykorzystanie wszelkich zmiennych mogących przyczynić się do poprawnej prognozy. Przykładowo przewidując za pomocą modelu Data Mining odejście klienta firmy telekomunikacyjnej, typową zmienną jest obserwowalny zanik aktywności jego połączeń. Z punktu widzenia modelu ekonomicznego nie jest to zmienna interesująca, gdyż nie objaśnia nam zjawiska. Obrazowo i nieco upuszczając można stwierdzić, że modele ekonomiczne zasadniczo koncentrują się na analizie i związkach „w głąb” zjawiska, modele Data Mining zadowolają każdą zmienną wartościową dla prognozy czyli preferują podejście „wszerz”.

Kolejną kwestią jest interakcja modelu ze zjawiskiem. Model Data Mining może spełniać klasyczną rolę reprezentacji zjawiska, ale stosunkowo często nie tyle obrazuje określone zjawisko, co raczej jest jego elementem. Wpływa na nie lub nawet je samodzielnie inicjuje (np. ogranicza nadużycia, przeciwdziała odejściom klientów itp.). W tym sensie środowiskowo rozumiany „model” może mieć odmienne znacznie niż standardowy model ekonomiczny. Ten instrumentalny a nawet kreujący charakter rozwiązań Data Mining jest znacząco inny od apriorycznego i dedukcyjnego podejścia teorii ortodoksyjnych. Świadomość rzeczywistego działania takiego „modelu” określa

stanowisko użytkownika wobec niego. Wskazuje na konieczność regularnego monitorowania, odświeżania, kontroli, wprowadza pojęcie cyklu życia – a przede – wszystkim wskazuje na ostrożność i krytycyzm aplikowania jego wyników⁴⁴. Zwróćmy jednak uwagę, że podobną sytuację mamy także w przypadku klasycznych teorii ekonomicznych. Makroekonomiczne prognozy PKB nie są tylko rozwiązaniami wyabstrahowanych od rzeczywistości modeli. Na ich podstawie podejmowane są decyzje gospodarcze wpływające na ową prognozę. Choć w środowiskach gospodarczych istnieje świadomość „samospełniającej się prognozy” to na bazie teorii ekonomicznych aspekt sprzężeń między teorią a gospodarką jest ujmowany w bardzo ograniczonym stopniu. W przypadku modeli Data Mining mamy świadomość, że ich działanie zmienia charakterystykę populacji.

Zakończenie

Fenomen współczesnej technologii informacyjnej zmienia dotychczasowe relacje społeczne, kulturalne, gospodarcze i polityczne w sposób trudny, a w zasadzie niemożliwy, do jednoznacznego ujęcia. Dotyczy to także jednego z elementów fenomenu jakim są współczesne metody analizy danych. Empiryczne badania zmieniają fundamenty matematyki nauki uznawanej do niedawna za czysto dedukcyjną. W świetle powyższego można przyjąć, że także teoria ekonomii musi ulec temu wpływowi. Można w zasadzie powiedzieć że proces ten ma już miejsce, przy czym odbywa się raczej poza głównym nurtem ekonomicznym.

Oczywiście pojawia się pytanie czy wybór modelu na podstawie czysto instrumentalnego kryterium, modelu w ograniczonym stopniu interpretowalnego można uznać za podstawę naszej wiedzy o zjawisku. W szczególności, można się obawiać, że maszynowe rozpoznawanie wzorców ograniczy „prawdziwe” poznanie procesów gospodarczych (w duchu pierwszej zasady), a w konsekwencji może doprowadzić do nieprzemyślanych działań, inspirowanych wyłącznie historycznymi schematami i wzorcami. Takie obiekcje należy mieć jak najbardziej na uwadze, jest jednak wiele czynników, które te zastrzeżenia powinny osłabić. Przede wszystkim należy zauważyć, że skuteczność prognostyczna rzadko osiągnięta jest w sposób przypadkowy. Fakt większej adekwatności złożonych modeli, raczej wskazuje na nieadekwatność modeli prostych. Także określenie uczenie maszynowe nie oznacza iż

⁴⁴ Mamy tu na myśli sytuację nieco odmienną od typowego odświeżania parametrów w zasadzie każdego modelu. Choć przede wszystkim u zmiany modelu motywowane zmianami zachowania zjawiska po wpływie działania modelu, inaczej mówiąc chodzi o uwzględnienie sprzężenia zwrotnego model-zjawisko.

cały proces jest wyłącznie automatyczny. Istnienie rozwiązań Data Mining w przedsiębiorstwach nie zmniejszyło znaczenia wiedzy eksperckiej i standardowych analiz biznesowych; w istocie te dwa obszary bardzo dobrze się uzupełniają. Wiedza ekspercka pozwala na pozyskanie dodatkowej wiedzy *a priori* dla rozwiązań Data Mining, przy czym nie jest ona wykorzystywana na etapie określania matematycznej struktury modelu, lecz na etapie przygotowania danych, a następnie na etapie oceny uzyskanych wyników. Z kolei rozwiązania Data Mining poszerzają znajomość biznesową analizowanego zjawiska. Pozwalają ujawnić wiele faktów i zależności niedostępnych eksperckiemu poznaniu (choćby ze względu na wielkość danych i „przekleństwo” wielowymiarowości).

Bibliografia

- Berry M., Browne M., Langville A., Pauca P., Plemmons R., *Algorithms and Applications for Approximate Nonnegative Matrix Factorization*, "Computational Statistics & Data Analysis" 2007, vol. 52, no. 1, s. 155–173.
- Blaug M., *Metodologia ekonomii*, PWN, Warszawa 1995.
- Blaug M. *Teoria ekonomii: ujęcie retrospektywne*, PWN, Warszawa 2000.
- Cao X.-R., Liu R.-W., *General approach to blind source separation*, "IEEE Transactions on Signal Processing" 1996, vol. 44, no. 3, s. 562–571.
- Cichocki A., Amari S., *Adaptive Blind Signal and Image Processing*, John Wiley, Chichester, 2002.
- Cichocki A., Zdunek R., Phan A.-H., Amari S., *Nonnegative Matrix and Tensor Factorizations: Applications to Exploratory Multi-way Data Analysis*. John Wiley, 2009.
- Cichocki A., Unbehauen R., *Robust neural networks with on-line learning for blind identification and blind separation of sources*, „IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamentals Theory and Applications" 1996, vol. 43, no. 11, s. 894–906.
- Comon P., *Independent Component Analysis, a new concept?*, "Signal Processing" 1994, vol. 36, no. 3.
- Comon P., Jutten C. *Handbook of blind source separation: independent component analysis and blind deconvolution*, Oxford; Burlington, Academic Press/Elsevier, 2010.
- Czerwonka M., Gorlewski B., *Finanse behawioralne*, Wydawnictwo Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2012.

- Dębiec J., *Problemy determinizmu i wolnej woli w neurobiologii — neuroekonomia Paula Glimchera*, „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce” 2004, XXXIV.
- Flexer A., Makeig S., *Correlation of Subjective Expectation and P300 Amplitude during a Game of Matching Pennies*, Technical Report, Oesterreichisches Forschungsinstitut fuer Artificial Intelligence, Wien, TR-2004-19, 2004.
- Frydman R., Goldberg M., *Imperfect Knowledge Economics – Exchange Rates and Risk*, Princeton University Press, 2007.
- Glimcher, P., *Decisions, Uncertainty, and the Brain: The Science of Neuroeconomics*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2003.
- Globler A. *Metdologia nauk*, Wydawnictwo Znak, 2006.
- Hérault J., Jutten Ch., *Space or time adaptive signal processing by neural network models*, International Conference on Neural Networks for Computing, Snowbird 1986.
- Hicks J.R. *Perspektywy ekonomii*, PWN, Warszawa 1988.
- Huerta de Soto J., *Pieniądz, kredyt bankowy i cykle koniunkturalne*, Wyd. Instytut Ludwiga von Mises, 2009.
- Hyvärinen A., Karhunen J., Oja E., *Independent Component Analysis*, John Wiley, 2001.
- Jaynes E.T., *Probability theory the logic of science*, Cambridge Univ. Press, 2003.
- Jutten C., Hérault J., *Blind separation of sources, Part 1: An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture*, “Signal Processing” 1991, vol. 24, s. 1–10.
- Kacprzyk J., *Neuroeconomics: Yet Another Field Where Rough Sets Can Be Useful?* Proceedings of RSCTC'2008, 2008.
- Keynes J.M., *Ogólna teoria zatrudnienia, procentu i pieniądza*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.
- Kisielewicz A., *Sztuczna Inteligencja i Logika*. Podsumowanie Przedsięwzięcia Naukowego WNT, 2011.
- Lee D.D., Seung H.S., *Learning the parts of objects with nonnegative matrix factorization*, „Nature” 1999, no. 401.
- Lakatos I., *Renesans empiryzmu we współczesnej filozofii matematyki*, w: *Współczesna filozofia matematyki*, red. R. Murawski, PWN, Warszawa 2002.
- Magee B., *Historia Filozofii*, Wydawnictwo Arkady, 2000.
- Matsuoka K., Kawamoto M., *A neural net for blind separation of nonstationary signal sources*, IEEE Symposium on Circuits and Systems, 1994, s. 221–226.
- Mayer T., *Prawda kontra precyzja w ekonomii*, PWN, Warszawa 1996.
- Nowak R., *Statystyka dla fizyków*, PWN, Warszawa 2002.

- Penrose R., *Nowy umysł cesarza: o komputerach, umyśle i prawach fizyki*, PWN, Warszawa 1995.
- Piegat A., (2011.09.30) *Nowa, kompletnościowa interpretacja prawdopodobieństwa*, strona autora: <http://wikizmsi.zut.edu.pl/wiki/Publikacje>
- Plumbley M.D., *Algorithms for nonnegative independent component analysis*, „Neural Networks” 2003, vol. 14, no. 3.
- Putnam H., *Wiele twarzy realizmu i inne eseje*, PWN, Warszawa 1998.
- Snowdon B., Vane H., Wynarczyk P., *Współczesne nurty teorii makroekonomii*, Wydaw. Naukowe PWN, Warszawa 1998.
- Szupiluk R. *Metody redukcji i estymacji szumów przy estymacji i separacji sygnałów statystycznie niezależnych*, Politechnika Warszawska, 2002.
- Taleb N. *Ślepy traf, rola przypadku w sukcesie finansowym*, Gdańskie Wydawnictwo Psychologiczne, 2006.
- Woleński J., *Epistemologia*, Aureus, Kraków 2000.