

*Michał Bernardelli*

Kolegium Analiz Ekonomicznych  
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

*Mariusz Próchniak*

Kolegium Gospodarki Światowej  
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

## Wykorzystanie *Dynamic Time Warping* do analizy polityki pieniężnej, sektora finansowego i wzrostu gospodarczego Polski oraz wybranych krajów Europy Środkowo-Wschodniej<sup>1</sup>

### Streszczenie

Celem niniejszego artykułu było zbadanie oddziaływania polityki pieniężnej (oraz szerzej – sektora finansowego) na realną gospodarkę w wybranych krajach europejskich. Uwzględniono także politykę fiskalną. Badanie obejmowało 15 państw europejskich nienależących do strefy euro oraz okres 2010–2022. W analizie wykorzystano metodę *Dynamic Time Warping* (DTW), czyli nowatorską jak na ekonomię i finanse metodę służącą do porównywania szeregów czasowych. W badaniu porównano kraje pod względem pięciu zmiennych: stopy procentowej, tempa wzrostu podaży pieniądza, tempa wzrostu wydatków konsumpcyjnych państwa, tempa wzrostu gospodarczego i stopy inflacji. Wyniki pokazują, że na podstawie zmiennych reprezentujących politykę pieniężną (stopy procentowe i dynamika podaży pieniądza) można wyodrębnić dwa klastry krajów charakteryzujących się podobnym prowadzeniem

<sup>1</sup> Udział Mariusza Próchniaka został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki (nr projektu badawczego 2018/31/B/HS4/00164).

polityki pieniężnej. Badanie dostarcza wielu rekomendacji dla polityki gospodarczej, zwłaszcza w zakresie polityki pieniężnej.

**Słowa kluczowe:** polityka pieniężna, sektor finansowy, wzrost gospodarczy, *Dynamic Time Warping*, podobieństwo szeregów czasowych

**Kody klasyfikacji JEL:** C63, E32, E44, E52, E58

---

## 1. Wprowadzenie

Analizy porównawcze szeregów czasowych są przedmiotem badań ekonomistów od wielu lat. Nie ma jednej miary do porównywania zjawisk gospodarczych, co do której byłby naukowy konsensus, jeżeli chodzi o precyzję ich wskazań. W literaturze spotkać można różne wskaźniki służące do oceny stopnia podobieństwa między obiektami. Interesujący przegląd literatury znajdziemy w pracy M. Walesiaka [2016], który pokazuje różne miary odległości między obiektami w przestrzeni metrycznej.

Jednym z najnowszych i jednocześnie mało zbadanych w literaturze ekonomicznej podejść wykorzystywanych m.in. do analizy podobieństwa szeregów czasowych jest *Dynamic Time Warping* (DTW). Metoda ta została zastosowana po raz pierwszy do rozpoznawania mowy [Vintsyuk, 1968; Sakoe, Chiba, 1978]. Okazuje się jednak, że jest także cennym narzędziem do analizy zmiennych ekonomicznych. W naszej wcześniejszej pracy [Bernardelli, Próchniak, 2023] pokazujemy, w jaki sposób można wykorzystać metodę DTW do analizy zmiennych makroekonomicznych, zwłaszcza związanych ze stabilnością sektora finansowego, w czterech krajach Europy Środkowo-Wschodniej.

Celem niniejszego artykułu jest zbadanie oddziaływania polityki pieniężnej (oraz szerzej – sektora finansowego) na realną gospodarkę w wybranych krajach europejskich przy wykorzystaniu metody DTW. Uwzględniona jest także (choć w marginalnym zakresie) polityka fiskalna. Badanie obejmuje 15 państw europejskich nienależących do strefy euro, czyli charakteryzujących się autonomią polityki pieniężnej. Do analizy włączono różne grupy krajów – rozwinięte gospodarki rynkowe Europy Zachodniej (np. Szwajcarię), nowe państwa członkowskie Unii Europejskiej (UE) (np. Polskę), kraje aspirujące w krótszej lub dłuższej perspektywie czasowej do UE (np. Czarnogórę), a także państwa byłego ZSRR, które nie otworzyły się na Zachód (np. Białoruś).

W badaniu porównano kraje pod względem dynamiki zmiennych reprezentujących: politykę pieniężną (siła i kierunek zmian stóp procentowych i podaży pieniądza), politykę fiskalną (siła i kierunek zmian wydatków publicznych), stopę inflacji i tempo wzrostu gospodarczego. W efekcie dokonano podziału grupy 15 krajów na klastry, kierując się stopniem podobieństwa kształtowania się poszczególnych wskaźników. Analiza pozwala jednocześnie określić, czy decyzje banku centralnego dotyczące charakteru prowadzonej polityki pieniężnej miały

swoje odzwierciedlenie w przebiegu polityki fiskalnej, a także jaki wykazywały związek ze zmianą ogólnej aktywności gospodarczej oraz z wahaniami stóp inflacji.

Analiza ma mocne podstawy teoretyczne. Celem większości banków centralnych jest dbanie o stabilność cen, przy jednoczesnym wspieraniu wzrostu gospodarczego. Jednocześnie wiele modeli ekonomicznych pokazuje, że decyzje w zakresie polityki pieniężnej powinny być koordynowane z decyzjami w zakresie polityki fiskalnej (inaczej może dojść do przegrzania gospodarki lub recesji). Dlatego też analiza podobieństw między zmiennymi reprezentującymi politykę pieniężną, politykę fiskalną i realną sferę gospodarki jest niezwykle istotna z poznawczego i aplikacyjnego punktu widzenia.

Badanie dostarcza wielu rekomendacji dla polityki gospodarczej. Na przykład pokazuje, czy prowadzona polityka pieniężna ma związek z wahaniami zmiennych makroekonomicznych, na które powinna oddziaływać. Innymi słowy sprawdzamy, czy wahania stóp procentowych i podaży pieniądza podążają podobną ścieżką jak stopa inflacji i tempo wzrostu gospodarczego. Przedstawiamy także (oczywiście w pewnym ograniczonym zakresie), czy mimo niezależności polityki pieniężnej i fiskalnej, mamy do czynienia z koordynacją działań rządu i banku centralnego.

W literaturze można znaleźć wiele badań dotyczących synchronizacji cykli koniunkturalnych, identyfikacji punktów zwrotnych (szczytów i dołków) czy też wyznaczania trendów i składowych cyklicznych różnych szeregów czasowych. Większość analiz opiera się na najpopularniejszych metodach badawczych stosowanych w literaturze od wielu lat. Natomiast liczba prac wykorzystujących podejście DTW do oceny podobieństwa zmiennych makroekonomicznych jest stosunkowo niewielka.

Metoda DTW ma wiele zalet w porównaniu z metodami klasycznymi. Pozwala na jednoczesne porównanie szeregów czasowych pod względem wielu kryteriów, w tym amplitud wahań, rozciągłości czasowej cykli, częstości występowania punktów zwrotnych, nielinowości oraz przesunięć czasowych (wyprzedzeń i opóźnień). DTW to metoda pomiaru podobieństwa w przejrzysty i interpretowalny sposób, podczas gdy klasyczne metody pozostają w tyle, skupiając się tylko na jednym lub kilku wybranych aspektach. Na przykład współczynnik korelacji krzyżowej reprezentuje tylko korelację, uogólnioną w celu uwzględnienia wyprzedzeń i opóźnień. Ponadto algorytm DTW ma zaletę wynikającą z tego, że pozwala na wnioskowanie na podstawie danych bez naruszania założeń stosowalności klasycznych miar podobieństwa.

Artykuł składa się z siedmiu punktów. Po wprowadzeniu znajduje się przegląd literatury. W następnych trzech punktach opisano metodę badawczą, dane oraz scharakteryzowano obecną sytuację. Kolejny punkt zawiera prezentację i interpretację wyników. Artykuł kończy się podsumowaniem.

## 2. Przegląd literatury

Metoda DTW jest szeroko stosowana w naukach technicznych, informatyce, medycynie, fizyce czy matematyce. Wykorzystanie jej w ekonomii i finansach jest jednak bardzo rzadkie; niewiele jest też badań empirycznych z wykorzystaniem metody DTW w tym obszarze. Można znaleźć kilka prac, w których autorzy stosują podejście DTW do badań makroekonomicznych. W ramach przeglądu literatury przedstawiamy najważniejsze analizy z tego zakresu wraz z krótkim wskazaniem ich treści. Ponieważ niniejszy artykuł nie ma charakteru przeglądowego, omawiamy tylko wybrane, przykładowe prace pokazujące wykorzystanie metody DTW w ekonomii i finansach.

S.M. Focardi [2001] w artykule teoretycznym pokazuje, że miary podobieństwa, takie jak metoda DTW, które są stosowane powszechnie w rozpoznawaniu mowy, medycynie, biomatematyce, czy też seismologii, mogą być również przydatne do badań z zakresu ekonomii i finansów. T. Raihan [2017] na podstawie algorytmu DTW prognozował recesję w USA. Okazało się, że z użyciem metody DTW można było przewidzieć recesję z lat 1999 i 2007. Ponadto w porównaniu z innymi metodami nieparametrycznymi DTW generuje znacznie mniej fałszywych sygnałów recesji. P.H. Franses i T. Wiemann [2020] wykorzystują algorytm DTW do badania podobieństw cykli koniunkturalnych w stanach USA na podstawie danych kwartalnych dla okresu 2006–2017. Z cytowanej pracy wynika, że metoda DTW przewyższa modele parametryczne do analizy podobieństw szeregów czasowych. P. D’Urso, L. De Giovanni i R. Massari [2021] stosują procedurę DTW do analizy notowań akcji na włoskiej giełdzie papierów wartościowych. Z kolei M.S. Gassouma, A. Benhamed i G. El Montasser [2023] analizują podobieństwa między bankami islamskimi a konwencjonalnymi w krajach Zatoki Perskiej w latach 2006–2015. Wyodrębniają oni klastry, wykorzystując metodę grupowania opartą na odległości DTW. Badanie cytowanych autorów obejmuje 44 islamskie i 46 konwencjonalnych banków z Arabii Saudyjskiej, Kuwejtu, Zjednoczonych Emiratów Arabskich, Bahrajnu, Kataru i Omanu. W artykule M. Bernardellego [2023] znajduje się propozycja wykorzystania metody DTW do analizy porównawczej różnych części tego samego szeregu czasowego. Pomysł ten sprawdził się w analizie danych pochodzących z badań ankietowych na temat stanu polskiej gospodarki, zbieranych przez Instytut Rozwoju Gospodarczego Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie.

Jak widać na podstawie przeglądu literatury, istnieje kilka badań (choć nielicznych) pokazujących stosowanie podejścia DTW do sektora finansowego. Jednak nie znaleźliśmy pracy, w której autorzy staraliby się odpowiedzieć na pytania badawcze sformułowane w niniejszym artykule. Niniejsze badanie stanowi zatem *novum* na tle literatury.

### 3. Opis procedur

Technika DTW polega na porównaniu dwóch szeregów czasowych przez zniekształcenie osi czasu w celu zminimalizowania odległości między nimi. Pomaga identyfikować wzorce, przewidywać i wykrywać anomalie w danych szeregach czasowych i jest szeroko stosowana w rozpoznawaniu mowy, wyrównywaniu dźwięków, analizie muzyki, rozpoznawaniu gestów, robotyce i innych dziedzinach wymagających wyrównania w czasie. Algorytm DTW wykorzystuje wybrane miary odległości między dwoma punktami w szeregu czasowym (takimi jak odległość euklidesowa lub Manhattan) i znajduje optymalne wyrównanie między szeregami czasowymi [Kate, 2016]. Ze względu na swoją charakterystykę DTW jest niezmiennicza względem przesunięć czasowych między szeregami i dlatego pomaga porównywać szeregi czasowe o różnej długości i dynamice zmian.

Porównanie zmiennych o różnych wielkościach wymaga normalizacji. Podczas analizy, której wyniki opisane zostały w tym artykule, zastosowana została normalizacja przez największą co do wartości bezwzględnej wartość szeregu czasowego. Przyjęcie takiego podejścia umożliwia dokonanie porównań szczytów i dołków, nawet jeśli zostały zmierzone przy wyraźnie różnych amplitudach.

Oprócz określania odległości między szeregami czasowymi DTW może służyć jako miara grupowania szeregów czasowych [Paparrizos, Gravano, 2016] według ich wzorców, nawet jeśli nie są one zsynchronizowane. Jednym z najczęściej stosowanych podejść klasteryzacji jest metoda k-średnich oparta na podobieństwie DTW. Daje ona wyjątkową okazję do pogłębionej eksploracji, przy czym w niniejszym artykule zrezygnowano z klasycznego wymogu odgórnego określenia liczby grup, koncentrując się wykorzystaniu konceptu k-średnich do uzyskania optymalnego, iteracyjnego łączenia szeregów czasowych w grupy, które są najbardziej podobne pod względem miary DTW.

### 4. Dane

W analizie empirycznej wykorzystano miarę podobieństwa DTW wraz z metodą klasteryzacji. W badaniu uwzględniono 5 szeregów czasowych, reprezentujących politykę pieniężną (a szerzej – sektor finansowy), politykę fiskalną i wyniki makroekonomiczne. Są to następujące zmienne:

- 1) stopa procentowa (%) (int)<sup>2</sup>,
- 2) tempo wzrostu podaży pieniądza (w stosunku do poprzedniego kwartału, %) (money),
- 3) tempo wzrostu wydatków konsumpcyjnych państwa (w stosunku do poprzedniego kwartału, %) (gov),

<sup>2</sup> Jest to stopa procentowa taka jak 3-miesięczny WIBOR dla Polski, PRIBOR dla Czech, REIBOR dla Islandii, ROBOR dla Rumunii, CHIBOR dla Mołdawii, BUBOR dla Węgier, EURIBOR dla Czarnogóry itp. Wszystkie stopy procentowe są wyrażone w ujęciu rocznym.

- 4) tempo wzrostu PKB ogółem (w stosunku do analogicznego kwartału poprzedniego roku, %) (gdp),
- 5) stopa inflacji (w stosunku do analogicznego kwartału poprzedniego roku, %) (cpi).

Pierwsze dwie zmienne reprezentują politykę pieniężną i sektor finansowy. Są to podstawowe zmienne, które odzwierciedlają decyzje banku centralnego. Ustalanie stóp procentowych i kontrola podaży pieniądza to główne instrumenty polityki pieniężnej we współczesnych gospodarkach. Analiza polityki fiskalnej jest ograniczona tylko do jednej zmiennej, jaką jest dynamika wydatków konsumpcyjnych państwa<sup>3</sup>. Dwie ostatnie zmienne (tempo wzrostu gospodarczego i stopa inflacji) reprezentują sytuację makroekonomiczną. Tempo wzrostu PKB odzwierciedla zachowanie się realnej gospodarki. Z kolei stopa inflacji przedstawia także skuteczność polityki pieniężnej, zgodnie ze strategią celu inflacyjnego banków centralnych.

Badanie obejmuje 15 krajów europejskich<sup>4</sup>: Białoruś, Czarnogóra, Czechy, Gruzja, Islandia, Macedonia Północna, Mołdawia, Polska, Rosja, Rumunia, Serbia, Szwajcaria, Turcja, Ukraina i Węgry. Analiza jest prowadzona na możliwie szerokiej grupie państw, aby uzyskać reprezentatywność wyników. Z badania wykluczaliśmy kraje strefy euro, ponieważ nie prowadzą one niezależnej polityki pieniężnej<sup>5</sup>. Próba krajów jest względnie szeroka. Obejmuje państwa członkowskie UE, kraje Europy Zachodniej nienależące do UE, kraje bałkańskie aspirujące do UE (choć ich droga do członkostwa w tej organizacji jest jeszcze daleka), a także Turcję oraz państwa byłego ZSRR, z których nie wszystkie obrały kurs polityczny nakierowanych na integrację z Zachodem.

Obliczenia oparte są na danych kwartalnych od I kwartału 2010 r. do IV kwartału 2022 r.<sup>6</sup> W przypadku niektórych zmiennych i niektórych krajów obliczenia są wykonywane na krótszych szeregach czasowych – stosownie do braków w danych. Wszystkie dane pochodzą z bazy CEIC (dane miesięczne o podaży pieniądza zostały przez autorów przekształcone w dane kwartalne; stopy wzrostu podaży pieniądza i wydatków konsumpcyjnych państwa zostały obliczone przez autorów).

## 5. Opis obecnej sytuacji

W tabeli 1 przedstawiono podstawowe statystyki opisowe badanych zmiennych w krajach uwzględnionych w analizie, tj. wartość średniej oraz odchylenia standardowego.

Dane z tabeli 1 pokazują, że badane kraje są zróżnicowane pod względem analizowanych zmiennych. Na przykład w zakresie stopy procentowej wyróżniają się Białoruś, Moł-

<sup>3</sup> Z uwagi na cel badania, jakim jest analiza polityki pieniężnej i sektora finansowego, nie uwzględniamy pełnego zestawu zmiennych dotyczących polityki fiskalnej. W analizie pomijane są np. podatki oraz inne dochody budżetu państwa, a także pozostałe kategorie wydatków budżetowych.

<sup>4</sup> Ze świadomością, że dwa kraje – Rosja i Turcja – leżą także na kontynencie azjatyckim.

<sup>5</sup> W analizie uwzględniamy tylko Czarnogórę, która jednostronnie przyjęła euro.

<sup>6</sup> Dla niektórych krajów szeregi czasowe stopy procentowej i tempa wzrostu podaży pieniądza kończą się w I kwartale 2023 r.

dawia, Turcja i Ukraina, gdzie średnia stopa procentowa w badanym okresie kształtowała się na dwucyfrowym poziomie. Z kolei pod względem tempa wzrostu gospodarczego Gruzja, Mołdawia i Turcja charakteryzowały się wysoką średnią dynamiką PKB (powyżej 4%). Natomiast jedynym krajem, w którym średnie tempo wzrostu PKB było ujemne, była Ukraina. Sytuacja Polski w analizowanym okresie była dobra. Charakteryzowała ją niska stopa procentowa (średnio 2,8%), niska stopa inflacji (3,0%) oraz zadowalające tempo wzrostu gospodarczego (3,6%).

Tabela 1. Podstawowe statystyki opisowe analizowanych zmiennych

Państwo	int		money		gov		cpi		gdp	
	średnia	odch.st.	średnia	odch.st.	średnia	odch.st.	średnia	odch.st.	średnia	odch.st.
Białoruś	18,4	9,6	2,9	3,8	6,5	18,7	18,1	22,5	1,3	3,9
Czarnogóra	0,1	0,6	2,1	4,0	3,4	23,9	2,4	3,6	2,6	7,7
Czechy	1,4	1,8	1,6	1,0	1,7	14,7	3,0	3,7	2,0	3,2
Gruzja	7,4	1,9	4,1	3,5	2,9	19,3	4,9	4,2	4,9	5,6
Islandia	5,0	1,6	0,9	2,3	1,7	3,8	3,6	2,0	2,4	4,3
Macedonia Płn.	2,8	1,7	1,7	1,3	1,0	5,4	2,5	3,9	2,1	4,0
Mołdawia	11,8	4,8	2,8	2,6	3,5	18,1	7,5	6,8	4,5	5,5
Polska	2,8	1,8	2,1	1,2	2,5	15,3	3,0	3,9	3,6	3,1
Rosja	8,4	3,2	3,4	1,9	2,1	2,3	7,1	3,8	1,7	3,0
Rumunia	3,5	2,1	2,3	1,3	2,7	13,6	3,8	3,9	3,0	4,1
Serbia	5,9	4,2	2,4	2,0	1,4	8,8	4,7	4,1	2,2	3,1
Szwajcaria	-0,4	0,5	1,0	0,8	0,5	0,6	0,2	1,0	1,8	2,0
Turcja	12,2	4,8	5,6	4,5	5,7	14,2	15,5	17,1	6,0	4,6
Ukraina	11,1	5,3	3,2	2,6	10,5	32,6	12,2	12,7	-1,3	8,7
Węgry	3,4	3,8	1,8	2,2	2,0	11,2	3,7	4,0	2,8	4,0

Źródło: opracowanie własne.

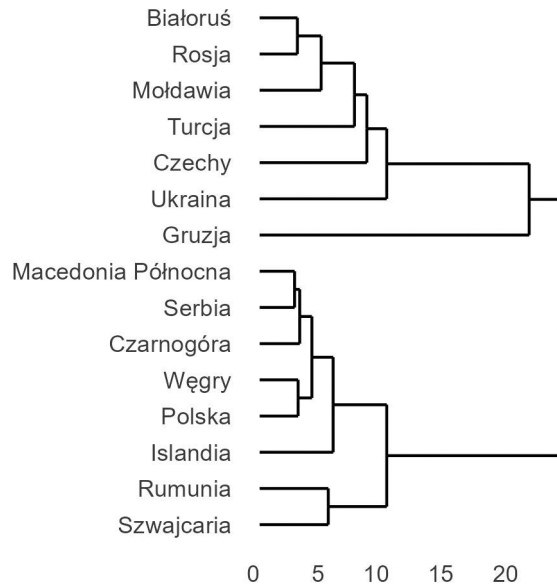
## 6. Wyniki analizy

Wyniki analizy obejmującej grupowanie krajów w klastry niezależne na podstawie każdej z pięciu analizowanych zmiennych przedstawiono na rysunkach 1–5. Zawierają one dendrogramy obliczone na podstawie współczynników podobieństwa uzyskanych metodą DTW. Wartości współczynników podobieństwa DTW znajdują się w tabelach 2–6 umieszczonych w aneksie.

Podstawową zmienną reprezentującą politykę pieniężną jest stopa procentowa. Dendrogram ukazujący podobieństwa badanych krajów w zakresie ścieżki zmian stopy procentowej jest przedstawiony na rysunku 1. Analiza rysunku prowadzi do kilku wniosków. Po pierwsze, można wyodrębnić dwie grupy krajów charakteryzujące się podobnym prowadzeniem

polityki pieniężnej wewnątrz danego klastra przy stosunkowo dużych różnicach międzygrupowych. Jedną grupę stanowią państwa będące kiedyś częścią Związku Radzieckiego (Białoruś, Rosja, Mołdawia, Ukraina i Gruzja), jak również Turcja i Czechy. Czechy są pewnym wyjątkiem, gdyż pasują raczej do drugiej grupy, natomiast włączenie Turcji wynika z podobieństw geograficznych, politycznych, a także częściowo ekonomicznych, gdyż Turcja charakteryzuje się względnie silnymi więzami ekonomicznymi z krajami byłego Związku Radzieckiego, zwłaszcza z Rosją. Drugą grupę tworzą kraje należące do Unii Europejskiej (Polska, Węgry i Rumunia), dwa kraje Europy Zachodniej (Szwajcaria i Islandia), a także kraje bałkańskie (Czarnogóra, Serbia i Macedonia Północna). Wymienione wyżej kraje bałkańskie należały do byłej Jugosławii oraz aspirują do członkostwa w UE, chociaż ich droga do Unii jest jeszcze daleka (zwłaszcza w przypadku Serbii i Macedonii Północnej).

Rysunek 1. Dendrogram ukazujący podobieństwa i klastry krajów na podstawie stóp procentowych



Źródło: opracowanie własne.

Granica między powyższymi dwiema grupami krajów w zakresie kształtowania ścieżki zmian stopy procentowej nie jest tylko historyczno-geograficzna. Jest to także silna granica instytucjonalna. Kraje należące do pierwszej grupy, takie jak Ukraina, Białoruś i Mołdawia, to państwa o wiele słabiej rozwinięte. Mają one niski poziom PKB *per capita* i charakteryzują się znacznie gorszym otoczeniem instytucjonalnym od krajów drugiej grupy, zwłaszcza tych należących do UE. W byłych krajach Związku Radzieckiego reformy rynkowe są znacznie mniej zaawansowane; są to też państwa o większej niestabilności politycznej. Nasze badanie prawdopodobnie pokazało, że różnice w otoczeniu instytucjonalnym poprzez wiele pośrednich mechanizmów wpływu przekładają się także na charakter polityki pieniężnej prowa-

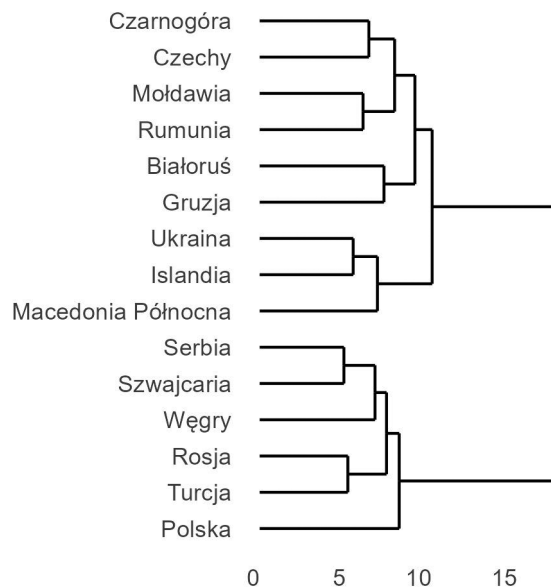


dzionej przez bank centralny. Stopy procentowe między obydwooma grupami krajów podążały bowiem zupełnie inną ścieżką.

Współczynnik podobieństwa między Polską a Węgrami wynosi 2,97. Zarówno dla Polski, jak i dla Węgier jest to najniższe podobieństwo w stosunku do innych porównywanych krajów. Wynik ten pokazuje, że wahania stóp procentowych w Polsce i na Węgrzech były niemal identyczne i na przykład zupełnie inne niż w Czechach (współczynnik podobieństwa między Polską a Czechami wynosi 11,29, a między Węgrami a Czechami – 10,41). Zbliżone wzorce ścieżek wahań stóp procentowych w Polsce i na Węgrzech wynikają m.in. z podobieństwa politycznego w tych krajach, przejawiającego się np. w wyborze analogicznych metod zwalczania inflacji i wspierania przez bank centralny wzrostu gospodarczego.

Podobieństwo w zakresie dynamiki stopy procentowej widać także między Białorusią i Rosją (współczynnik podobieństwa 2,91), a także między Serbią i Czarnogórą (2,74). Jak widać, podobieństwa instytucjonalne i historyczne w dużym stopniu kształtują charakter prowadzonej polityki pieniężnej.

Rysunek 2. Dendrogram ukazujący podobieństwa i klastry krajów na podstawie tempa wzrostu podaży pieniądza

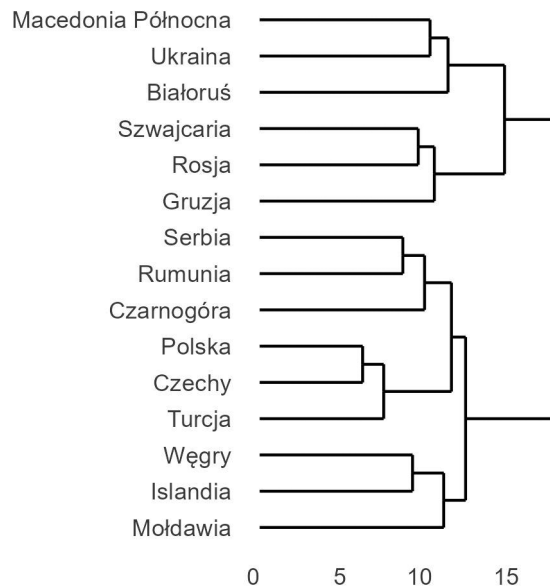


Źródło: opracowanie własne.

Drugą zmienną, która reprezentuje politykę pieniężną, jest tempo wzrostu podaży pieniądza. Dendrogram pokazujący podobieństwa badanych krajów pod względem tej zmiennej przedstawiono na rysunku 2. Wyniki pokazują, że analizowane kraje można podzielić na dwie grupy na podstawie dynamiki podaży pieniądza. Podział krajów na klastry, chociaż nie jest identyczny, jest wysoce podobny do podziału na podstawie stopy procentowej. Pierwszy klaster skupia 9 krajów europejskich, w tym cztery państwa należące do byłego ZSRR

(Mołdawia, Białoruś, Gruzja i Ukraina). Natomiast w drugiej grupie uplasowały się m.in. dwa kraje Grupy Wyszehradzkiej (Polska i Węgry), a także Serbia i Szwajcaria. W porównaniu z klasyfikacją na podstawie stopy procentowej, Rosja i Turcja, które wtedy należały do klastra z pozostałymi krajami byłego ZSRR, teraz znalazły się w klastrze z Polską i Węgrami, zaś Czarnogóra, Islandia, Macedonia Północna i Rumunia przeszły do klastra skupiającego większość krajów byłego ZSRR. Gdy patrzy się na wartości współczynnika podobieństwa, można zauważyć, że zmiany podaży pieniądza w Polsce były najbardziej podobne do obserwowanych w Szwajcarii (współczynnik podobieństwa równy 5,69). Duże podobieństwo do Szwajcarii wykazywały także Węgry (5,47). Wysoki wskaźnik podobieństwa między Polską a Szwajcarią może mieć związek z popularnością kredytów frankowych. W efekcie jakiegokolwiek istotne zmiany w polityce pieniężnej Banku Centralnego Konfederacji Szwajcarskiej odbijają się na zmianach podaży pieniądza w Polsce.

Rysunek 3. Dendrogram ukazujący podobieństwa i klastry krajów na podstawie tempa wzrostu wydatków konsumpcyjnych państwa



Źródło: opracowanie własne.

Zmienną reprezentującą politykę fiskalną jest dynamika wydatków konsumpcyjnych państwa. Dendrogram ilustrujący podobieństwo badanych krajów pod względem tej zmiennej przedstawiono na rysunku 3. Wyniki analizy pozwalają wyodrębnić kilka klastrów krajów, które można na szerszym poziomie zagregować w dwie grupy. W pierwszej grupie znajduje się większość państw byłego ZSRR (Ukraina, Białoruś, Rosja i Gruzja), a także Macedonia Północna i Szwajcaria. Drugą grupę tworzą pozostałe kraje. Na uwagę zasługuje bardzo silne podobieństwo Polski do Czech pod względem dynamiki wydatków konsumpcyjnych państwa. Współczynnik podobieństwa DTW między tymi krajami wynosi 5,95. Zarówno dla

Polski, jak i Czech jest to największe podobieństwo w porównaniu do pozostałych analizowanych państw. Polska jest także wysoce podobna pod względem zachowania polityki fiskalnej do Węgier (współczynnik podobieństwa 8,12), Rumunii (9,43), a także Turcji (7,16), chociaż ten ostatni wynik może być zależnością pozorną, wynikającą z oddziaływania wspólnych zewnętrznych czynników, a nie bezpośredniej koordynacji polityki fiskalnej.

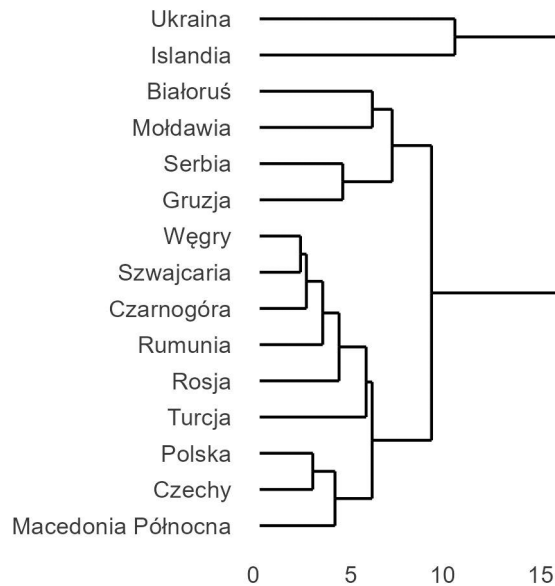
Jak widać, w zakresie polityki fiskalnej istnieje silne podobieństwo między krajami będącymi członkami UE. Może to po części wynikać z pewnego ujednoczenia przepisów prawnych dotyczących wydatków publicznych, analogicznego reagowania rządów państw UE na szoki, wykorzystywania polityki fiskalnej w taki sam sposób do rozwiązywania problemów społecznych i gospodarczych, a także wpływu funduszu strukturalnych płynących z UE na strukturę wydatków budżetu państwa. Patrząc na wyniki dla grupy jako całości, tak jak w przypadku polityki pieniężnej, także w odniesieniu do polityki fiskalnej, można zauważyć granicę instytucjonalną identyfikującą dwie grupy krajów charakteryzujących się pewną specyfiką prowadzenia polityki fiskalnej. W państwach UE, a także państwach aspirujących do członkostwa w tej organizacji oraz krajach stowarzyszonych z UE (z pewnymi wyjątkami) polityka fiskalna podążała inną ścieżką niż w państwach w mniejszym stopniu związanych z Europą Zachodnią.

Patrząc globalnie na podobieństwo krajów w zakresie polityki pieniężnej i fiskalnej, zwiualizowane na rysunkach 1–3, należy stwierdzić, że uzyskane wyniki są pewnym sukcesem podejścia polegającego na implementacji metody DTW. Metoda ta, na podstawie szerokiego ujęcia dynamiki porównywanych szeregów czasowych, pozwoliła na identyfikację różnych klastrów krajów i kwantyfikację podobieństwa między nimi, co trudno byłoby uchwycić na podstawie klasycznej statystycznej analizy danych. Okazało się, że decyzje banku centralnego dotyczące wysokości stóp procentowych i zmian podaży pieniądza oraz decyzje rządu dotyczące wydatków konsumpcyjnych państwa przebiegają według pewnej granicy instytucjonalnej. Algorytm DTW pozwolił na identyfikację klastrów skupiających kraje zachowujące się podobnie w zakresie ścieżek zmian polityki fiskalnej i pieniężnej. Jak widać, algorytmy uczenia maszynowego pozwoliły na wyciągnięcie wniosków niewidocznych na podstawie prostej statystycznej analizy danych.

Na rysunku 4 przedstawiono dendrogram grupujący kraje na podstawie tempa wzrostu gospodarczego. Patrząc na układ państw na dendrogramie, można wyodrębnić kilka klastrów. Jeśli przyjrzymy się dodatkowo wartościom współczynników podobieństwa, to okazuje się, że kraje Grupy Wyszehradzkiej są do siebie bardzo podobne, a także częściowo podobne do pozostałych krajów UE i w mniejszym stopniu do państw bałkańskich. Na przykład Polska wykazuje największe podobieństwo do Czech (współczynnik podobieństwa 2,71), Rumunii (3,03), Szwajcarii (3,11), Macedonii Północnej (3,29), Czarnogóry (3,47) i Węgier (3,76). Z kolei Czechy wykazują największą zbieżność do Polski (2,71), Szwajcarii (3,57), Rumunii (3,65) i Macedonii Północnej (3,84). Natomiast Węgry cechują się silną konwergencją ze Szwajcarią (2,08), Czarnogórą (2,38), Rumunią (2,69) oraz Serbią (3,17). Jak widać, kraje będące członkami Unii Europejskiej oraz państwa Europy Zachodniej, które są z Unią wysoce powiązane,

charakteryzują się bardzo podobną ścieżką zmian dynamiki PKB. Wynik ten potwierdza silną realną konwergencję cykliczną państw należących do UE. Kraje te są podatne na analogiczne wstrząsy i w efekcie ich PKB podąża analogiczną ścieżką.

Rysunek 4. Dendrogram ukazujący podobieństwa i klastry krajów na podstawie tempa wzrostu gospodarczego



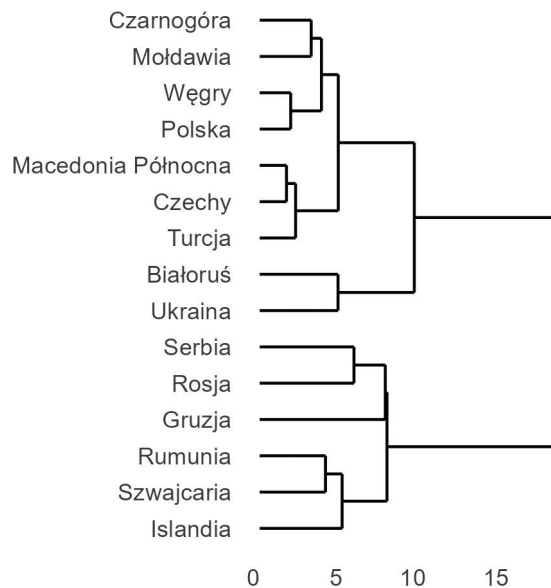
Źródło: opracowanie własne.

Gdy analizuje się wartości współczynników podobieństwa, rzuca się w oczy nietypowe zachowanie Ukrainy. Pod względem dynamiki PKB Ukraina okazała się *outlierem* wśród krajów badanej grupy. Ukraina cechowała się największym podobieństwem względem Mołdawii (8,6) oraz Islandii (9,96). Jednak nawet w stosunku do tych krajów współczynniki podobieństwa były na tyle wysokie, że sugerują raczej odmienną ścieżkę wzrostu gospodarczego Ukrainy i tych dwóch państw odniesienia. Współczynniki podobieństwa między Ukrainą a pozostałymi krajami przekraczają 10. Wyniki te pokazują, że koniunktura na Ukrainie była odmienna od tej występującej w innych badanych krajach. Jest to jak najbardziej uzasadnione, biorąc pod uwagę fakt, że konflikt z Rosją rozpoczął się już w 2014 r., kiedy rozpoczęły się działania zbrojne w Donbasie oraz nastąpiła aneksja Krymu. Wszystko to sprawia, że Ukraina była podatna na zupełnie inne szoki niż pozostałe państwa i w efekcie jej ścieżka wzrostu gospodarczego była odmienna.

Na rysunku 5 zaprezentowano dendrogram dla stopy inflacji. Wyniki analizy uzyskane na podstawie metody DTW potwierdzają występowanie konwergencji nominalnej w krajach UE. Jak widać, metoda DTW pozwoliła na wychwycenie zależności potwierdzonych również metodami klasycznymi, a mianowicie występowania realnej i nominalnej konwergencji (zbieżności) w Europie. Pod względem dynamiki cen Polska jest najbardziej podobna

do Węgier (współczynnik podobieństwa 1,86). Wynik ten oznacza niemal identyczne zachowanie się stóp inflacji w Polsce i na Węgrzech. Polska jest także wysoce podobna do Czech pod względem ścieżki zmian stopy inflacji (współczynnik podobieństwa 3,33). Analogiczne podobieństwo występuje między Czechami a Węgrami (3,37). Współczynniki podobieństwa między niektórymi innymi parami krajów są także małe (np. 1,61 dla Czech i Macedonii Północnej). Niemniej jednak w wielu przypadkach wyniki sugerują większe zróżnicowanie dynamiki cen w badanych krajach. Na przykład Ukraina i Białoruś charakteryzowały się odmienną ścieżką inflacji w porównaniu z innymi analizowanymi krajami (współczynnik podobieństwa między tymi dwoma krajami wynosi 4,71, ale w stosunku do innych państw jest on znacznie większy, osiągając nawet wartości powyżej 10, będące jednymi z najwyższych w grupie). Ogólnie biorąc, zachowanie się stóp inflacji jest z jednej strony odzwierciedleniem pewnych podobieństw w prowadzeniu polityki pieniężnej między krajami tworzącymi poszczególne klastry, a z drugiej strony efektem występowania konwergencji nominalnej w Europie, przejawiającej się w wyrównywaniu poziomów cen między krajami oraz jednocześnie jednoczeniem dynamiki ich wahań.

Rysunek 5. Dendrogram ukazujący podobieństwa i klastry krajów na podstawie stopy inflacji



Źródło: opracowanie własne.

## 7. Podsumowanie

Celem omówionego badania była diagnoza oddziaływania polityki pieniężnej (oraz szerzej – sektora finansowego) na realną gospodarkę w wybranych krajach europejskich. Uwzględniona była także (choć w marginalnym zakresie) polityka fiskalna. Badanie obejmuje 15 państw europejskich nienależących do strefy euro oraz okres 2010–2022.

W analizie wykorzystano metodę DTW, czyli nowatorską jak na ekonomię i finanse metodę służącą do porównywania szeregów czasowych. Ma ona wiele zalet w porównaniu z metodami klasycznymi. Pozwala na jednoczesne porównanie szeregów czasowych pod względem wielu kryteriów, w tym amplitud wahań, rozciągłości czasowej cykli, częstości występowania punktów zwrotnych (szczytów i dołków), nieliniowości oraz przesunięć czasowych (wyprzedzeń i opóźnień). DTW to metoda pomiaru podobieństwa w przejrzysty i interpretowalny sposób, podczas gdy klasyczne metody pozostają w tyle, skupiając się tylko na jednym lub kilku wybranych aspektach.

W badaniu porównano kraje pod względem pięciu zmiennych: stopy procentowej, tempa wzrostu podaży pieniądza, tempa wzrostu wydatków konsumpcyjnych państwa, tempa wzrostu gospodarczego i stopy inflacji.

Wyniki pokazują, że na podstawie zmiennych reprezentujących politykę pieniężną (stopy procentowe i dynamika podaży pieniądza) można wyodrębnić dwa klastry krajów charakteryzujące się podobnym prowadzeniem polityki pieniężnej. Generalizując: jeden klaster tworzy się wokół krajów będących dawnymi republikami byłego ZSRR, drugi klaster zaś skupia się wokół państw UE oraz krajów aspirujących do członkostwa w tej organizacji (choćby dokładne przyporządkowanie poszczególnych krajów do klastrów różni się w zależności od analizowanej zmiennej). Granica między powyższymi dwoma klastrami krajów nie jest tylko historyczno-geograficzna, lecz ma także silne uwarunkowania instytucjonalne. Różnice w otoczeniu instytucjonalnym powodowały, że badane kraje podążały różnymi ścieżkami w zakresie kształtowania polityki pieniężnej. Również w zakresie polityki fiskalnej istnieje duże podobieństwo między krajami będącymi członkami UE, państwami aspirującymi do członkostwa w tej organizacji oraz krajami stowarzyszonymi z UE (z pewnymi wyjątkami). Jeśli chodzi o tempo wzrostu gospodarczego i stopę inflacji, badanie potwierdziło występowanie silnej realnej konwergencji dochodowej oraz konwergencji nominalnej w Europie, zaś odmienną ścieżką podążały takie kraje, jak Białoruś i Ukraina, których gospodarki są w mniejszym stopniu powiązane z Europą Zachodnią i Unią Europejską.

Metoda ta, na podstawie szerokiego ujęcia dynamiki porównywanych szeregów czasowych, pozwoliła na identyfikację różnych klastrów krajów i kwantyfikację podobieństwa między nimi, co trudno byłoby uchwycić na podstawie klasycznej statystycznej analizy danych. Okazało się, że decyzje banku centralnego dotyczące wysokości stóp procentowych i zmian podaży pieniądza oraz decyzje rządu dotyczące wydatków konsumpcyjnych państwa przebiegają według pewnej granicy instytucjonalnej. Algorytm DTW pozwolił na identyfikację klastrów skupiających kraje zachowujące się podobnie w zakresie ścieżek zmian polityki

fiskalnej i pieniężnej. Jak widać, algorytmy uczenia maszynowego pozwoliły na wyciągnięcie wniosków niewidocznych na podstawie prostej statystycznej analizy danych.

Badanie dostarcza kilku rekomendacji dla polityki gospodarczej. Mimo pewnych podobieństw krajów w sposób umożliwiający wyodrębnienie klastrów, których podział przebiega wzdłuż granicy historyczno-geograficzno-polityczno-instytucjonalnej, występują także pewne różnice między poszczególnymi krajami. Podział na klastry na podstawie różnych zmiennych nie jest identyczny. Oznacza to, że przeanalizowane państwa nie zachowywały się dokładnie tak samo w zakresie kierunków zmian polityki pieniężnej, polityki fiskalnej oraz osiągniętych wyników makroekonomicznych. Każde państwo ma pewne unikatowe cechy wynikające chociażby z występującego modelu kapitalizmu (zob. np. [Amable, 2003; Rapacki, 2019]). Daje to pewną autonomię i swobodę bankowi centralnemu oraz rządowi w zakresie kształtowania polityki pieniężnej i fiskalnej, w sposób uwzględniający specyfikę poszczególnych krajów, gdyż osiągnięcie analogicznych wyników makroekonomicznych może wiązać się z różną ścieżką dojścia do nich. Jednocześnie pewien wyraźny podział na klastry pokazuje, że władze nie funkcjonują w próżni i wyniki uzyskiwane przez poszczególne kraje zależą też od grupy jako całości, co nakłada pewne ograniczenia na podejmowanie działań z zakresu polityki gospodarczej.

Algorytm DTW okazał się być bardzo przydatnym narzędziem do oceny miary podobieństwa między zmiennymi ekonomicznymi, a także do klastrowania krajów. Badania z wykorzystaniem tego podejścia z pewnością warto kontynuować, przy czym możliwe kierunki analiz obejmują m.in. uwzględnienie większej liczby obszarów i krajów, sprawdzenie odporności wyników z użyciem alternatywnych zmiennych, a także głębszą analizę bazującą np. na zagregowanych wynikach z wielu zmiennych.

## Bibliografia

1. Amable B. [2003], *The Diversity of Modern Capitalism*, Oxford University Press, Oxford.
2. Bernardelli M. [2023], *Assessment of the Similarity Between the Business Cycle Phases*, w: *Monitorowanie działalności gospodarczej. Gospodarka po pandemii COVID-19*, red. M. Radzikowski, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.
3. Bernardelli M., Próchniak M. [2023], *The Analysis of Economic Growth and Monetary Policy for Poland and Selected Central and Eastern European Countries with the Use of Dynamic Time Warping*, w: *Modeling Economic Growth in Contemporary Poland*, red. E. Bukalska, T. Kijek, B.S. Sergi, Emerald Publishing, Bingley, UK.
4. D'Urso P., De Giovanni L., Massari R. [2021], *Trimmed Fuzzy Clustering of Financial Time Series Based on Dynamic Time Warping*, „Annals of Operations Research”, 299.
5. Focardi S.M. [2001], *Clustering Economic and financial Time Series: Exploring the Existence of Stable Correlation Conditions*, The Intertek Group Discussion Paper, nr 2001-04.
6. Franses P.H., Wiemann T. [2020], *Intertemporal Similarity of Economic Time Series: An Application of Dynamic Time Warping*, „Computational Economics”, 56.

7. Gassouma M.S., Benhamed A., El Montasser G. [2023], *Investigating Similarities Between Islamic and Conventional Banks in GCC Countries: A Dynamic Time Warping Approach*, „International Journal of Islamic and Middle Eastern Finance and Management”, 16(1).
8. Kate R.J. [2016], *Using Dynamic Time Warping Distances as Features for Improved Time Series Classification*, „Data Mining and Knowledge Discovery”, 30.
9. Paparrizos J., Gravano L. [2016], *K-Shape: Efficient and Accurate Clustering of Time Series*, „SIGMOD Record”, 45(1).
10. Rapacki R. (red.) [2019], *Diversity of Patchwork Capitalism in Central and Eastern Europe*, Routledge, London.
11. Raihan T. [2017], *Predicting US Recessions: A Dynamic Time Warping Exercise in Economics*, „SSRN Working Paper”, 3047649.
12. Sakoe H., Chiba S. [1978], *Dynamic Programming Algorithm Optimisation for Spoken Word Recognition*, „IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing”, 26(1).
13. Vintsyuk T. [1968], *Speech Discrimination by Dynamic Programming*, „Cybernetics”, 4(1).
14. Walesiak M. [2016], *Wybór grup metod normalizacji wartości zmiennych w skalowaniu wielowymiarowym*, „Przegląd Statystyczny”, 63(1).



## Aneks

Tabela 2. Współczynniki podobieństwa obliczone metodą DTW dla stopy procentowej

Państwo	Turcja	Rosja	Szwajcaria	Gruzja	Czechy	Polska	Islandia	Ukraina	Rumunia	Moldawia	Białoruś	Węgry	Czarnogóra	Serbia	Macedonia Północna
Turcja	0	5,45	22,88	10,58	8,27	21,63	16,07	8,66	17,95	7,32	7,08	18,37	18,48	23,12	19,25
Rosja	5,45	0	17,11	15,70	6,18	14,15	8,44	8,39	13,61	4,54	2,91	12,99	10,41	13,25	11,99
Szwajcaria	22,88	17,11	0	17,94	14,73	9,81	7,74	16,36	5,29	17,03	11,21	5,19	7,14	5,86	7,43
Gruzja	10,58	15,70	17,94	0	10,75	13,30	16,19	11,85	13,98	20,80	16,54	10,21	21,27	22,75	22,01
Czechy	8,27	6,18	14,73	10,75	0	11,29	13,12	9,81	10,22	7,53	6,33	10,41	10,56	13,98	8,39
Polska	21,63	14,15	9,81	13,30	11,29	0	5,36	16,01	4,14	15,60	9,02	2,97	4,03	3,55	3,03
Islandia	16,07	8,44	7,74	16,19	13,12	5,36	0	12,59	5,79	10,62	6,92	4,97	5,44	5,67	3,70
Ukraina	8,66	8,39	16,36	11,85	9,81	16,01	12,59	0	19,65	8,37	7,62	16,8	14,01	15,64	19,75
Rumunia	17,95	13,61	5,29	13,98	10,22	4,14	5,79	19,65	0	16,46	9,45	4,65	7,37	7,20	6,59
Moldawia	7,32	4,54	17,03	20,80	7,53	15,60	10,62	8,37	16,46	0	4,74	14,13	10,55	13,61	12,97
Białoruś	7,08	2,91	11,21	16,54	6,33	9,02	6,92	7,62	9,45	4,74	0	7,36	6,45	7,72	9,43
Węgry	18,37	12,99	5,19	10,21	10,41	2,97	4,97	16,80	4,65	14,13	7,36	0	2,98	3,04	3,25
Czarnogóra	18,48	10,41	7,14	21,27	10,56	4,03	5,44	14,01	7,37	10,55	6,45	2,98	0	2,74	3,09
Serbia	23,12	13,25	5,86	22,75	13,98	3,55	5,67	15,64	7,20	13,61	7,72	3,04	2,74	0	2,69
Macedonia Północna	19,25	11,99	7,43	22,01	8,39	3,03	3,70	19,75	6,59	12,97	9,43	3,25	3,09	2,69	0

Im niższa wartość, tym większe podobieństwo i jaśniejsze wypełnienie komórek.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Współczynniki podobieństwa obliczone metodą DTW dla tempa wzrostu podaży pieniądza

Państwo	Turcja	Rosja	Szwajcaria	Gruzja	Czechy	Polska	Islandia	Ukraina	Rumunia	Moldawia	Białoruś	Węgry	Czarnogóra	Serbia	Macedonia Północna
Turcja	0	5,13	5,18	7,96	6,90	7,75	11,18	6,62	6,03	6,95	6,87	6,16	6,55	5,06	9,20
Rosja	5,13	0	7,38	9,71	7,44	8,08	11,03	7,33	6,76	7,82	7,79	7,26	6,85	5,75	9,25
Szwajcaria	5,18	7,38	0	8,51	6,42	5,69	10,56	8,71	6,10	7,43	6,99	5,47	7,68	4,90	8,94
Gruzja	7,96	9,71	8,51	0	7	10,53	8,88	10,03	8,03	9,03	7,23	7,52	8,25	8,69	8,46
Czechy	6,90	7,44	6,42	7,00	0	8,02	9,56	9,70	6,43	7,85	6,66	8,22	6,35	6,73	8,05
Polska	7,75	8,08	5,69	10,53	8,02	0	17,43	14,52	9,69	10,68	9,43	8,11	10,24	7,86	13,29
Islandia	11,18	11,03	10,56	8,88	9,56	17,43	0	5,44	6,91	8,42	9,41	8,81	8,65	10,55	6,24
Ukraina	6,62	7,33	8,71	10,03	9,70	14,52	5,44	0	6,84	5,99	6,36	7,00	7,99	6,90	6,85
Rumunia	6,03	6,76	6,10	8,03	6,43	9,69	6,91	6,84	0	6,01	6,46	6,24	7,32	5,59	8,30
Moldawia	6,95	7,82	7,43	9,03	7,85	10,68	8,42	5,99	6,01	0	7,97	7,89	7,53	7,50	7,63
Białoruś	6,87	7,79	6,99	7,23	6,66	9,43	9,41	6,36	6,46	7,97	0	8,16	7,26	6,86	8,57
Węgry	6,16	7,26	5,47	7,52	8,22	8,11	8,81	7,00	6,24	7,89	8,16	0	6,48	6,71	9,12
Czarnogóra	6,55	6,85	7,68	8,25	6,35	10,24	8,65	7,99	7,32	7,53	7,26	6,48	0	6,60	7,70
Serbia	5,06	5,75	4,90	8,69	6,73	7,86	10,55	6,90	5,59	7,50	6,86	6,71	6,60	0	8,67
Macedonia Północna	9,20	9,25	8,94	8,46	8,05	13,29	6,24	6,85	8,30	7,63	8,57	9,12	7,70	8,67	0

Im niższa wartość, tym większe podobieństwo i jasniejsze wypełnienie komórek.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 4. Współczynniki podobieństwa obliczone metodą DTW dla tempa wzrostu wydatków konsumpcyjnych państwa

Państwo	Turcja	Rosja	Szwajcaria	Gruzja	Czechy	Polska	Islandia	Ukraina	Rumunia	Moldawia	Białoruś	Węgry	Czarnogóra	Serbia	Macedonia Północna
Turcja	0	12,41	12,18	11,66	7,09	7,16	10,5	13,75	11,08	11,00	11,48	9,62	10,07	10,96	11,56
Rosja	12,41	0	9,16	9,32	12,3	11,56	11,54	11,67	12,57	14,29	12,75	11,48	11,82	13,17	10,47
Szwajcaria	12,18	9,16	0	10,09	12,47	11,56	11,75	10,96	12,07	14,48	13,71	11,45	13,45	12,75	9,77
Gruzja	11,66	9,32	10,09	0	10,26	11,34	9,89	14,00	9,18	13,10	14,14	11,71	10,55	10,31	11,36
Czechy	7,09	12,30	12,47	10,26	0	5,95	11,07	13,31	8,05	10,93	11,52	9,33	8,61	10,07	12,24
Polska	7,16	11,56	11,56	11,34	5,95	0	10,99	12,49	9,43	11,69	11,04	8,12	10,47	10,55	11,67
Islandia	10,50	11,54	11,75	9,89	11,07	10,99	0	15,9	9,59	10,63	14,01	8,83	10,00	9,14	12,60
Ukraina	13,75	11,67	10,96	14,00	13,31	12,49	15,90	0	14,66	13,64	10,39	12,66	15,18	17,31	9,84
Rumunia	11,08	12,57	12,07	9,18	8,05	9,43	9,59	14,66	0	11,27	13,17	9,93	9,36	8,27	11,97
Moldawia	11,00	14,29	14,48	13,1	10,93	11,69	10,63	13,64	11,27	0	11,98	9,77	11,89	11,44	12,25
Białoruś	11,48	12,75	13,71	14,14	11,52	11,04	14,01	10,39	13,17	11,98	0	11,79	12,80	14,84	10,88
Węgry	9,62	11,48	11,45	11,71	9,33	8,12	8,83	12,66	9,93	9,77	11,79	0	9,71	11,66	9,77
Czarnogóra	10,07	11,82	13,45	10,55	8,61	10,47	10,00	15,18	9,36	11,89	12,80	9,71	0	9,52	14,19
Serbia	10,96	13,17	12,75	10,31	10,07	10,55	9,14	17,31	8,27	11,44	14,84	11,66	9,52	0	13,80
Macedonia Północna	11,56	10,47	9,77	11,36	12,24	11,67	12,60	9,84	11,97	12,25	10,88	9,77	14,19	13,80	0

Im niższa wartość, tym większe podobieństwo i jaśniejsze wypełnienie komórek.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5. Współczynniki podobieństwa obliczone metodą DTW dla tempa wzrostu gospodarczego

Państwo	Turcja	Rosja	Szwajcaria	Gruzja	Czechy	Polska	Islandia	Ukraina	Rumunia	Moldawia	Białoruś	Węgry	Czarnogóra	Serbia	Macedonia Północna
Turcja	0	4,51	4,16	4,90	5,73	5,12	8,70	10,35	4,42	6,07	6,07	4,65	5,43	6,09	4,92
Rosja	4,51	0	3,74	4,93	5,43	4,68	8,55	10,50	3,49	5,91	5,95	3,54	4,05	4,59	5,34
Szwajcaria	4,16	3,74	0	3,29	3,57	3,11	7,43	11,15	2,54	5,81	6,37	2,08	2,19	4,86	3,33
Gruzja	4,90	4,93	3,29	0	7,08	7,28	10,82	13,60	4,38	6,76	6,54	3,38	5,51	4,24	6,08
Czechy	5,73	5,43	3,57	7,08	0	2,71	5,56	10,86	3,65	6,98	7,86	5,03	4,98	6,07	3,84
Polska	5,12	4,68	3,11	7,28	2,71	0	5,48	10,08	3,03	6,88	8,77	3,76	3,47	5,56	3,29
Islandia	8,70	8,55	7,43	10,82	5,56	5,48	0	9,96	7,38	9,01	12,15	9,68	7,93	11,84	6,53
Ukraina	10,35	10,5	11,15	13,6	10,86	10,08	9,96	0	11,96	8,60	10,18	13,2	11,16	15,28	10,71
Rumunia	4,42	3,49	2,54	4,38	3,65	3,03	7,38	11,96	0	6,51	6,65	2,69	3,21	4,11	3,73
Moldawia	6,07	5,91	5,81	6,76	6,98	6,88	9,01	8,60	6,51	0	5,75	5,80	6,04	5,97	7,53
Białoruś	6,07	5,95	6,37	6,54	7,86	8,77	12,15	10,18	6,65	5,75	0	7,16	7,71	5,91	8,32
Węgry	4,65	3,54	2,08	3,38	5,03	3,76	9,68	13,20	2,69	5,80	7,16	0	2,38	3,17	4,07
Czarnogóra	5,43	4,05	2,19	5,51	4,98	3,47	7,93	11,16	3,21	6,04	7,71	2,38	0	4,75	4,03
Serbia	6,09	4,59	4,86	4,24	6,07	5,56	11,84	15,28	4,11	5,97	5,91	3,17	4,75	0	7,00
Macedonia Północna	4,92	5,34	3,33	6,08	3,84	3,29	6,53	10,71	3,73	7,53	8,32	4,07	4,03	7,00	0

Im niższa wartość, tym większe podobieństwo i jaśniejsze wypełnienie komórek.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 6. Współczynniki podobieństwa obliczone metodą DTW dla stopy inflacji

Państwo	Turcja	Rosja	Szwajcaria	Gruzja	Czechy	Polska	Islandia	Ukraina	Rumunia	Moldawia	Białoruś	Węgry	Czarnogóra	Serbia	Macedonia Północna
Turcja	0	10,22	7,72	10,09	2,16	4,70	7,33	7,11	8,42	4,73	8,33	4,27	3,75	9,25	2,16
Rosja	10,22	0	6,56	7,56	8,98	6,64	5,64	6,79	5,89	6,41	8,24	6,40	6,8	5,67	6,92
Szwajcaria	7,72	6,56	0	6,80	7,39	5,04	4,96	8,21	3,96	6,05	13,48	4,92	6,65	7,65	6,45
Gruzja	10,09	7,56	6,80	0	9,69	7,87	7,65	12,32	6,42	9,48	18,02	7,70	9,73	7,40	9,22
Czechy	2,16	8,98	7,39	9,69	0	3,33	6,08	7,24	7,19	3,36	7,60	3,37	3,13	8,74	1,61
Polska	4,70	6,64	5,04	7,87	3,33	0	4,19	7,11	4,41	3,71	9,30	1,86	3,14	6,54	2,47
Islandia	7,33	5,64	4,96	7,65	6,08	4,19	0	7,45	4,41	5,03	10,37	3,89	5,03	5,82	5,43
Ukraina	7,11	6,79	8,21	12,32	7,24	7,11	7,45	0	10,23	7,11	4,71	6,24	6,66	8,12	6,68
Rumunia	8,42	5,89	3,96	6,42	7,19	4,41	4,41	10,23	0	6,35	12,32	4,40	6,38	6,23	5,59
Moldawia	4,73	6,41	6,05	9,48	3,36	3,71	5,03	7,11	6,35	0	8,64	3,68	3,10	7,38	2,63
Białoruś	8,33	8,24	13,48	18,02	7,60	9,30	10,37	4,71	12,32	8,64	0	8,16	7,77	8,23	6,89
Węgry	4,27	6,40	4,92	7,70	3,37	1,86	3,89	6,24	4,40	3,68	8,16	0	3,31	6,60	2,54
Czarnogóra	3,75	6,80	6,65	9,73	3,13	3,14	5,03	6,66	6,38	3,10	7,77	3,31	0	6,32	2,49
Serbia	9,25	5,67	7,65	7,40	8,74	6,54	5,82	8,12	6,23	7,38	8,23	6,60	6,32	0	6,89
Macedonia Północna	2,16	6,92	6,45	9,22	1,61	2,47	5,43	6,68	5,59	2,63	6,89	2,54	2,49	6,89	0

Im niższa wartość, tym większe podobieństwo i jaśniejsze wypełnienie komórek.

Źródło: opracowanie własne.

---

## Utilising Dynamic Time Warping to analyse the monetary policy, financial sector, and economic growth of Poland and selected countries of Central and Eastern Europe

---

### Summary

The aim of this study is to examine the impact of the monetary policy (and, more broadly, the financial sector) on the real economy in selected European countries, taking into account their fiscal policy as well. The study includes 15 European countries that are not part of the eurozone and covers the period of 2010–2022. In the analysis, we utilise the Dynamic Time Warping (DTW) method, which is an innovative method for comparing time series, particularly novel in the fields of economics and finance. We compare the countries based on five variables: interest rates, the money supply growth rate, the state consumption expenditure growth rate, the economic growth rate, and the inflation rate. The results show that based on the variables representing the monetary policy (interest rates and money supply dynamics), two clusters of countries with similar monetary policy approaches can be identified. The study provides several recommendations for economic policy, particularly in the field of monetary policy.

**Keywords:** monetary policy, financial sector, economic growth, dynamic time warping, similarities of time series

---