

*Arkadiusz Bebel*Kolegium Gospodarki Światowej
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

Wpływ zmienności instrumentu bazowego na stopy zwrotu z pasywnie zarządzanego lewarowanego ETF

Streszczenie

Celem artykułu jest weryfikacja za pomocą symulacji, że zaproponowana w literaturze przedmiotu formuła, szacująca wpływ zmienności na stopy zwrotu, nie działa dla wysokiego poziomu zmienności, co związane jest z niedokładnością rozwinięcia Taylora. W pierwszej części artykułu opisano wpływ zmienności na stopy zwrotu z LETF. Następnie dokonano przeglądu najnowszej literatury przedmiotu (część druga) oraz przeprowadzono własne badanie symulacyjne, mające na celu kwantyfikację wpływu zmienności na stopy zwrotu z LETF (część trzecia). Autor wykazał, że dotychczasowa metodologia prezentowana w literaturze przedmiotu dobrze oszacowuje efekt zmienności tylko dla niskich wartości parametrów wejściowych (dźwignia, zmienność), gdyż wtedy rozwinięcie Taylora jest wystarczająco dokładne. W przypadku wysokich wartości parametrów wejściowych oszacowanie efektu zmienności jest niedokładne. Rekomenduje się, aby dalszą analizę efektu zmienności oprzeć na wynikach przeprowadzonego badania symulacyjnego, które w dokładniejszym stopniu mierzy efekt zmienności niż obecnie wykorzystywana metodologia naukowa.

Słowa kluczowe: ETF, LETF, dźwignia, zmienność, stopy zwrotu.

Kody klasyfikacji JEL: C60, G10, G11, G23

1. Wprowadzenie

ETF (ang. *exchange traded funds*) to fundusz inwestycyjny, którego tytuły uczestnictwa są notowane na giełdzie. Szczególnym przypadkiem ETF jest LETF (ang. *leverage exchange traded funds*), czyli fundusz, który wykorzystuje dźwignię, w celu uzyskania wielokrotności stóp zwrotu z instrumentu bazowego. W niniejszym artykule przeanalizowano pasywnie zarządzane LETF, które mają za zadanie odzwierciedlenie wielokrotności dziennych stóp zwrotu z instrumentu bazowego. Fundusze te w ostatnich latach mocno zyskały na popularności, zwiększając aktywa pod zarządzaniem z około 141 mln USD na koniec 2005 r. do ponad 63 mld USD w połowie 2015 r.¹ Po kilku latach istnienia LETF okazało się, że uzyskiwane stopy zwrotu są znacząco niższe niż oczekiwane stopy zwrotu², rozumiane jako iloczyn dźwigni wykorzystywanej przez LETF oraz stopy zwrotu z instrumentu bazowego. Począwszy od 2008 r. zaczęły powstawać publikacje naukowe, mające na celu wyjaśnienie powyższego zjawiska oraz czynników, wpływających negatywnie na stopy zwrotu z LETF. Pokazuje to, że jest to tematyka aktualna i istotna — zarówno z teoretycznego, jak i praktycznego punktu widzenia.

Jednym z głównych czynników, wpływających negatywnie na stopy zwrotu z LETF, jest zmienność, o czym świadczą prace, których autorami są m.in. J. Hill i G. Foster³, I. Guedj, G. Li oraz C. McCann⁴, R. Lamb i R. Loehr⁵. Celem artykułu jest opisanie wpływu zmienności na stopy zwrotu z LETF (część pierwsza), dokonanie przeglądu najnowszej literatury przedmiotu (część druga) oraz zaprezentowanie

¹ Na podstawie: <http://www.etftrends.com/2015/07/inverse-leveraged-etf-assets-reach-a-record-63-billion/>

² E.A. Baryla Jr, W. Trainor Jr, *Leveraged ETFs: A Risky Double That Doesn't Multiply by Two*, „Journal of Financial Planning” 2008, s. 49–55.

³ G. Foster, J.M. Hill, *Understanding Returns of Leveraged and Inverse Funds*, „Journal of Indexes” 2009, s. 40–50.

⁴ I. Guedj, G. Li, C. McCann, *Leveraged and Inverse ETFs, Holding Periods and Investment Shortfalls*, „The Journal of Index Investing” 2010, s. 45–57.

⁵ R. Lamb, R. Loehr, *Long-Term Investing With Leveraged Exchange Traded Funds*, „International Journal of Arts and Commerce” 2013, s. 27–34.

własnego badania symulacyjnego, mającego na celu kwantyfikację wpływu zmienności na stopy zwrotu z LETF (część trzecia). Całość zakończona jest podsumowaniem.

2. Model działania LETF

LETF to instrument finansowy, który przy wykorzystaniu dźwigni finansowej ma za zadanie odzwierciedlać wielokrotność dziennych stóp zwrotu⁶ ze statutowo zdefiniowanego instrumentu bazowego⁷, na przykład z indeksu, koszyka akcji czy ETF⁸. Fundusze te, w celu utrzymania stałej ekspozycji, muszą na koniec dnia dostosowywać pozycję w taki sposób, że na koniec wzrostowej sesji kupują, a na koniec spadkowej sesji sprzedają⁹. Mechanizm ten został zaprezentowany w poniższym przykładzie liczbowym.

W pierwszym przykładzie trzyokresowej analizy przeanalizowano LETF o dźwigni 2 oraz przyjęto, że stopa zwrotu z benchmarku w danym okresie może wynieść +10% lub -10%¹⁰. Wyniki zostały przedstawione w tabelach 1 i 2. W drugim przykładzie założono, że dzienna stopa zwrotu z benchmarku może wynieść +2% lub -2%. Wyniki przedstawiono w tabelach 3 i 4.

Analizując wyniki, należy zwrócić uwagę na to, że rozkład uzyskiwanych stóp zwrotu z LETF różni się od rozkładu uzyskiwanych stóp zwrotu z lewarowanego benchmarku. W szczególności trzeba zauważyć, że średnia stopa zwrotu jest w obu przypadkach taka sama, lecz mediany są ujemne. Oznacza to, że rozkład stóp zwrotu jest prawostronnie skośny¹¹. Z powyższego przykładu można również wywnioskować, że kolejność występowania stóp zwrotu z benchmarku jest nieistotna.

⁶ Pojawiają się LETF mające za zadanie odzwierciedlać tygodniowe/miesięczne stopy zwrotu z instrumentu bazowego, lecz takich instrumentów jest zdecydowanie mniej.

⁷ W artykule zamiennie używa się słowa benchmark.

⁸ M. Avellaneda, S. Zhang, *Path-dependence of leveraged ETF returns*, „SIAM Journal on Financial Mathematics” 2010, s. 586–603.

⁹ Jest to spowodowane faktem, że po wzrostowej sesji LETF musi reinwestować wielokrotność zysków, aby utrzymać stałą dźwignię. Analogicznie, po spadkowej sesji fundusz musi zmniejszyć ekspozycję o wielokrotność strat, aby utrzymać stałą dźwignię.

¹⁰ W przykładzie założono, że mogą wystąpić wszystkie kombinacje dziennych stóp zwrotu z instrumentu bazowego. Dla uproszczenia i przejrzystości symulacji nie uwzględniono np. kosztów transakcyjnych.

¹¹ Można dodatkowo zauważyć, że im większa zmienność, tym różnica między średnią a medianą jest większa, a także stosunek mediany do zmienności rośnie.

Tabela 1. Wartość LETF w zależności od instrumentu bazowego przy założeniu możliwych dziennych stóp zwrotu z instrumentu bazowego +10% i -10%

| Nr | Stopa zwrotu z instrumentu bazowego (w %) | | | Wartość instrumentu bazowego | | | Wartość LETF | | |
|----|---|----------|-----------|------------------------------|----------|-----------|--------------|----------|-----------|
| | I okres | II okres | III okres | I okres | II okres | III okres | I okres | II okres | III okres |
| 1 | 10 | 10 | 10 | 110,00 | 121,00 | 133,10 | 120,00 | 144,00 | 172,80 |
| 2 | 10 | 10 | -10 | 110,00 | 121,00 | 108,90 | 120,00 | 144,00 | 115,20 |
| 3 | 10 | -10 | 10 | 110,00 | 99,00 | 108,90 | 120,00 | 96,00 | 115,20 |
| 4 | 10 | -10 | -10 | 110,00 | 99,00 | 89,10 | 120,00 | 96,00 | 76,80 |
| 5 | -10 | 10 | 10 | 90,00 | 99,00 | 108,90 | 80,00 | 96,00 | 115,20 |
| 6 | -10 | 10 | -10 | 90,00 | 99,00 | 89,10 | 80,00 | 96,00 | 76,80 |
| 7 | -10 | -10 | 10 | 90,00 | 81,00 | 89,10 | 80,00 | 64,00 | 76,80 |
| 8 | -10 | -10 | -10 | 90,00 | 81,00 | 72,90 | 80,00 | 64,00 | 51,20 |

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2. Stopa zwrotu z LETF i oczekiwana stopa zwrotu z LETF w zależności od stopy zwrotu z benchmarku po trzech okresach przy założeniu dziennych stóp zwrotu z instrumentu bazowego +10% i -10%

| Nr | I. Stopa zwrotu z instrumentu bazowego (w %) | II. Stopa zwrotu z LETF (w %) | III. Oczekiwana stopa zwrotu z LETF (w %)* | Różnica (II) - (III) (w p.p.) |
|-------------|--|-------------------------------|--|-------------------------------|
| 1 | 33,10 | 72,80 | 66,20 | 6,60 |
| 2 | 8,90 | 15,20 | 17,80 | -2,60 |
| 3 | 8,90 | 15,20 | 17,80 | -2,60 |
| 4 | -10,90 | -23,20 | -21,80 | -1,40 |
| 5 | 8,90 | 15,20 | 17,80 | -2,60 |
| 6 | -10,90 | -23,20 | -21,80 | -1,40 |
| 7 | -10,90 | -23,20 | -21,80 | -1,40 |
| 8 | -27,10 | -48,80 | -54,20 | 5,40 |
| Średnia | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Mediana | -1,00 | -4,00 | -2,00 | -2,00 |
| Zmienność** | 18,61 | 37,78 | 37,22 | |

* Oczekiwana stopa zwrotu z LETF rozumiana jest jako iloczyn dźwigni i stopy zwrotu z instrumentu bazowego.

** Zmienność w całej pracy, o ile nie zaznaczono inaczej, rozumiana jest jako odchylenie standardowe z próby.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Wartość LETF w zależności od instrumentu bazowego przy założeniu możliwych dziennych stóp zwrotu z instrumentu bazowego +2% i -2%

| Nr | Stopa zwrotu z instrumentu bazowego (w %) | | | Wartość instrumentu bazowego | | | Wartość LETF | | |
|----|---|----------|-----------|------------------------------|----------|-----------|--------------|----------|-----------|
| | I okres | II okres | III okres | I okres | II okres | III okres | I okres | II okres | III okres |
| 1 | 2 | 2 | 2 | 102,00 | 104,04 | 106,12 | 104,00 | 108,16 | 112,49 |
| 2 | 2 | 2 | -2 | 102,00 | 104,04 | 101,96 | 104,00 | 108,16 | 103,83 |
| 3 | 2 | -2 | 2 | 102,00 | 99,96 | 101,96 | 104,00 | 99,84 | 103,83 |
| 4 | 2 | -2 | -2 | 102,00 | 99,96 | 97,96 | 104,00 | 99,84 | 95,85 |
| 5 | -2 | 2 | 2 | 98,00 | 99,96 | 101,96 | 96,00 | 99,84 | 103,83 |
| 6 | -2 | 2 | -2 | 98,00 | 99,96 | 97,96 | 96,00 | 99,84 | 95,85 |
| 7 | -2 | -2 | 2 | 98,00 | 96,04 | 97,96 | 96,00 | 92,16 | 95,85 |
| 8 | -2 | -2 | -2 | 98,00 | 96,04 | 94,12 | 96,00 | 92,16 | 88,47 |

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 4. Stopa zwrotu z LETF i oczekiwana stopa zwrotu z LETF w zależności od stopy zwrotu z benchmarku po trzech okresach przy założeniu dziennych stóp zwrotu z instrumentu bazowego +2% i -2%

| Nr | I. Stopa zwrotu z instrumentu bazowego (w %) | II. Stopa zwrotu z LETF (w %) | III. Oczekiwana stopa zwrotu z LETF (w %) | Różnica (II) – (III) (w p.p.) |
|-----------|--|-------------------------------|---|-------------------------------|
| 1 | 6,12 | 12,49 | 12,24 | 0,24 |
| 2 | 1,96 | 3,83 | 3,92 | -0,08 |
| 3 | 1,96 | 3,83 | 3,92 | -0,08 |
| 4 | -2,04 | -4,15 | -4,08 | -0,08 |
| 5 | 1,96 | 3,83 | 3,92 | -0,08 |
| 6 | -2,04 | -4,15 | -4,08 | -0,08 |
| 7 | -2,04 | -4,15 | -4,08 | -0,08 |
| 8 | -5,88 | -11,53 | -11,76 | 0,24 |
| Średnia | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Mediana | -0,04 | -0,16 | -0,08 | -0,08 |
| Zmienność | 3,70 | 7,412 | 7,408 | |

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku LETF na uzyskaną stopę zwrotu wpływa kilka efektów. W szczególności są to¹²:

- efekt dźwigni — multiplikowanie stóp zwrotu uzyskanych przez instrument

bazowy; rozumiany jest jako $L \times \left(\frac{\text{Benchmark}_t}{\text{Benchmark}_0} - 1 \right) + 1$; wpływ pozytywny, gdy

stopa zwrotu z instrumentu bazowego jest dodatnia lub negatywna, gdy jest ona ujemna;

- efekt kapitalizowania — mechanizm reinwestowania zysków zauważalny w przypadku istnienia ciągu dodatnich stóp zwrotu o takim samym znaku lub minimalizowania strat w przypadku ciągu stóp ujemnych; w przybliżeniu¹³ rozumiany

jako $\frac{\left(\frac{\text{Benchmark}_t}{\text{Benchmark}_0} \right)^L}{L \times \left(\frac{\text{Benchmark}_t}{\text{Benchmark}_0} - 1 \right) + 1}$; wpływ pozytywny;

- efekt zmienności — mechanizm kupowania po wzrostach i sprzedawania po spad-

kach; w przybliżeniu¹⁴ rozumiany jako $\exp\left(\frac{L-L^2}{2} \times V_t\right)$; wpływ negatywny;

- efekt kosztowy — np. opłata za zarządzanie, koszty transakcyjne, inne koszty;

rozumiany jako $\prod_1^i (1 - \text{koszt}_i)$, gdzie koszt jest wyrażony w procentach aktywów;

wpływ negatywny;

- inne efekty, np. podejmowanie przez zarządzających aktywnego ryzyka dotyczącego ekspozycji; wpływ może być pozytywny lub negatywny.

Wartość LETF w okresie t można rozumieć jako iloczyn wartości początkowej LETF oraz podanych wyżej efektów. Należy podkreślić, że wielkość i waga wpływu poszczególnych efektów może być różna w zależności od analizowanego przypadku.

¹² Na podstawie: M. Avellaneda, S. Zhang, *Path-dependence...*, s. 586–603. Efekty te nie są wprost opisane w publikacji, natomiast w zaproponowanym modelu matematycznym wyjaśniającym stopy zwrotu z LETF istnieją części, które mierzą wpływ poszczególnych efektów.

¹³ Przybliżenie wynika z niedokładności rozwinięcia Taylora.

¹⁴ Przybliżenie wynika z niedokładności rozwinięcia Taylora.

Efekty kapitalizowania i zmienności muszą być analizowane ze szczególną uwagą, ponieważ rozróżnienie ich jest istotne dla zrozumienia stóp zwrotu z LETF. W trzecim wierszu tabeli 1 został zaprezentowany przykład efektu kapitalizowania. Wystąpiły tam tylko stopy zwrotu z tym samym znakiem (w tym przypadku dodatnie), a stopa zwrotu uzyskana z LETF była wyższa niż iloczyn stopy zwrotu z instrumentu bazowego i dźwigni. Różnica ta to efekt kapitalizowania. Efekt zmienności dotyczy symulacji, w których występują stopy zwrotu o różnych znakach. W szczególności stopę zwrotu z LETF w długim okresie można przedstawić następująco:

$$r_{LETF,n} = \prod_1^n (1 + L \times r_{Benchmark,1}) \times (\dots) \times (1 + L \times r_{Benchmark,n}) - 1 \quad (1)$$

gdzie L to poziom dźwigni w LETF. Jeżeli w analizowanym okresie istnieją takie stopy $r_{Benchmark,k}$ i $r_{Benchmark,l}$, że $r_{Benchmark,k} = -r_{Benchmark,l}$, to iloczyn czynników jest mniejszy od 1, więc wpływ na LETF jest negatywny.

Zarówno jeden, jak i drugi efekt mogą występować lub nie. W szczególności można zauważyć, że pozytywny efekt kapitalizowania może zmienić się w negatywny efekt zmienności, ale w drugą stronę zmiana nie następuje. Przykładowo, jeżeli instrument bazowy miał stopy zwrotu takie jak w trzecim wierszu tabeli 1, czyli +10%, +10% i +10%, a po tym nastąpiłyby stopy zwrotu -10%, -10% i -10%, to efekt kapitalizowania zmieniłby się w całości w efekt zmienności. Jeżeli później znowu nastąpiłyby stopy zwrotu -10% i -10%, to byłby efekt zmienności dla 3 par i efekt kapitalizowania dla dwóch ostatnich stóp zwrotu (oczywiście analogiczny efekt zachodzi, gdy zamiast stóp zwrotu -10% i -10% byłyby stopy zwrotu +10% i +10%). Należy zwrócić uwagę, że kolejność występowania stóp zwrotu nie ma znaczenia. W uogólnionym przypadku, gdy stopy zwrotu nie muszą być symetryczne, istotne jest analizowanie sumy dodatnich i ujemnych stóp zwrotu¹⁵. Przykładowo, jeżeli wystąpią stopy zwrotu +10%, -5%, -5%, to zakłada się, że wystąpił tylko efekt zmienności, gdyż $10\% - 5\% - 5\% = 0\%$.

W niniejszej pracy analizowany jest wpływ efektu zmienności; stąd też w przeprowadzonej symulacji za oczekiwaną stopę zwrotu wyznaczono zero i analizowano zachowanie medianowego portfela (w przeciwnym razie badanie symulacyjne byłoby zniekształcone przez istnienie efektu dźwigni i efektu kapitalizacji).

¹⁵ Jest to pewne przybliżenie; w istocie wystąpienie stop zwrotu 5% i 5% daje minimalnie różny efekt niż wystąpienie np. stóp zwrotu 0% i 10%.

3. Przegląd literatury przedmiotu

Literatura przedmiotu jest dość uboga, co związane jest z faktem, że tematyka ta rozwija się dopiero od kilku lat. Jak zostało wskazane w poprzednim rozdziale, im większa zmienność, tym gorszy wynik uzyskiwany przez LETF. Taki sam wniosek został zaprezentowany na podstawie badań empirycznych m.in. w pracach M.B. Haugha¹⁶, W. Trainora Jr¹⁷, G. Giese'a¹⁸ czy J. Zhanga¹⁹. M.B. Haugh²⁰ zauważył ponadto, że dotyczy to zarówno LETF z dodatnią, jak i ujemną dźwignią.

W literaturze przedmiotu podjęta została próba kwantyfikacji wpływu zmienności na stopy zwrotu uzyskiwane z LETF. Wzór kwantyfikujący wpływ efektu zmienności został zaprezentowany w pracy M. Chenga i A. Madhavana²¹:

$$\frac{LETF_t}{LETF_0} = \left(\frac{Benchmark_t}{Benchmark_0} \right)^L \times \exp\left(\frac{L-L^2}{2} \times V_t \right) \quad (2)$$

Przez V_t rozumiana jest zrealizowana wariancja z instrumentu bazowego. Przez benchmark rozumiany jest statutowo zdefiniowany instrument bazowy, którego wielokrotności stóp zwrotu powinny być odzwierciedlane przez LETF.

W pracy J. Zhanga²² został przedstawiony analogiczny wzór²³. Jako że pierwsza ukazała się praca M. Chenga i A. Madhavana, w dalszej części pracy wzór (2) jest nazywany wzorem Chenga-Madhavana²⁴. Wzór ten powstał w sposób analityczny,

¹⁶ M.B. Haugh, *A Note on Constant Proportion Trading Strategies*, *Operations Research Letters*, s. 172–179, 2011.

¹⁷ W. Trainor Jr, *Solving the Leveraged ETF Compounding Problem*, „*The Journal of Index Investing*” 2011, 66–74.

¹⁸ G. Giese, *On the Risk-Return Profile of Leveraged and Inverse ETFs*, „*Journal of Asset Management*” 2010, s. 219–228.

¹⁹ J. Zhang, *Path-Dependence Properties of Leveraged Exchange-Traded Funds: Compounding, Volatility and Option Pricing*, doctoral dissertation, New York University, 2010.

²⁰ M.B. Haugh, *A Note...*, op.cit., s. 172–179.

²¹ M. Cheng, A. Madhavan, *The Dynamics of Leveraged and Inverse Exchange-Traded Funds*, „*Journal of Investment Management*” 2009.

²² J. Zhang, *Path-Dependence...*, op.cit.

²³ Wzór zaproponowany przez J. Zhanga zawiera również część uwzględniającą koszty finansowe/ opłatę za zarządzanie, niemniej jednak analizowana część dotycząca zmienności jest taka sama.

²⁴ W swojej pracy J. Zhang wspomina, że po ukończeniu swojej pracy zobaczył, że M. Cheng i A. Madhavan niezależnie pierwsi opublikowali wzór. Jako że pierwszy w literaturze przedmiotu pojawił się wzór przedstawiony przez M. Chenga i A. Madhavana, to w niniejszej pracy wzór nazwano ich imieniem.

a w procesie wyprowadzania zostało wykorzystane rozwinięcie Taylora. To sprawia, że zaproponowana formuła jest dokładna tylko dla niskiego poziomu zmienności/dźwigni. W dalszej części pracy wykazano, że dla wysokiego poziomu zmienności, wzór Chenga-Madhavana jest niedokładny, a odchylenia rosną wraz ze wzrostem zmienności/dźwigni.

Analizując wzór Chenga-Madhavana należy zwrócić uwagę na to, że komponent $\left(\frac{\text{Benchmark}_t}{\text{Benchmark}_0}\right)$ przybliża łączny wpływ efektu dźwigni i kapitalizowania. Część $\exp\left(\frac{L-L^2}{2} \times V_t\right)$, dla dźwigni większej niż 1, jest zawsze mniejsza niż 1 i jest to próba oszacowania efektu zmienności.

Należy zwrócić uwagę, że zgodnie z zaprezentowanym wzorem, większy jest wpływ zmienności na ETF o ujemnej dźwigni niż na ETF o dźwigni dodatniej. Do takich wniosków na podstawie analizy formuły powyższego wzoru oraz analizy empirycznej doszli też H.M. Holzhauser, X. Lu, R.W. McLeod oraz J. Mehran²⁵.

Zgodnie z wiedzą autora nie został zaproponowany inny wzór, mający na celu oszacowanie wpływu efektu zmienności (w szczególności dla wysokiego poziomu zmienności/dźwigni). Podjęte zostały natomiast próby, mające na celu weryfikację tego, czy zaproponowana formuła w wystarczającym stopniu wyjaśnia empirycznie zauważalny efekt zmienności. M. Avellaneda i S. Zhang²⁶ sprawdzili ją empirycznie na próbie 56 ETF w okresie od 2 stycznia 2008 do 20 marca 2009, czyli w okresie podwyższonej zmienności. W badaniu porównywano stopy zwrotu z ETF do nielewarowanych ETF, bazujących na benchmarku, a nie bezpośrednio do instrumentu bazowego²⁷. Wykazano, że zaproponowana formuła w satysfakcjonującym stopniu pokrywa się z uzyskanymi danymi empirycznymi. H.M. Holzhauser, X. Lu, R.W. McLeod oraz J. Mehran²⁸ zmodyfikowali badanie opisane powyżej, w ten sposób,

²⁵ H.M. Holzhauser, X. Lu, R.W. McLeod, J. Mehran, *Bad News Bears: Effects of Expected Market Volatility on Daily Tracking Error of Leveraged Bull and Bear ETFs*, „Managerial Finance” 2013, s. 1169–1187.

²⁶ M. Avellaneda, S. Zhang, *Path-dependence...*, op.cit., s. 586–603.

²⁷ Jest to istotne, gdyż ETF mają za zadanie odzwierciedlenie wielokrotności dziennych stop zwrotu z instrumentu bazowego. Wykonywanie regresji ETF względem nielewarowanych ETF pozostawia ryzyko, że będzie istotne odchylenie między stopą zwrotu z instrumentu bazowego a nielewarowanym ETF, czyli cel odzwierciedlenia stóp zwrotu z instrumentu bazowego przez ETF nie zostanie osiągnięty.

²⁸ H.M. Holzhauser, X. Lu, R.W. McLeod, J. Mehran, *Bad News...*, op.cit., s. 1169–1187.

że za benchmark wybrano indeks opisany w statucie²⁹. Ponadto analizie poddano szerszą gamę instrumentów (129 LETF) oraz dłuższy horyzont inwestycyjny (od 19 czerwca 2006 do 22 września 2009). Autorzy przyjęli, że wzór jest prawidłowy i analizowali różnice pomiędzy dziennymi stopami zwrotu z LETF, a wielokrotnością stopy zwrotu z instrumentu bazowego. Wskazano, że zarówno oczekiwana zmienność, jak i zmiany poziomu oczekiwanej zmienności, mają istotny wpływ na wielkość błędu odwzorowania w interwale dziennym.

Biorąc pod uwagę, że na stopy zwrotu z LETF wpływa kilka efektów, zasadne jest stwierdzenie, że odchylenia stóp zwrotu z LETF mogą mieć różne przyczyny, w szczególności takie, które niezwiązane są z wpływem zmienności. Z tego powodu zaprojektowano badanie symulacyjne, które ma na celu kwantyfikację wpływu zmienności na stopy zwrotu z LETF w taki sposób, aby wykluczyć wpływ innych efektów.

4. Badanie symulacyjne

Przeprowadzono badanie symulacyjne, składające się z dwóch części, mające na celu kwantyfikację wpływu efektu zmienności na stopy zwrotu uzyskiwane przez LETF. Do przeprowadzenia symulacji wykorzystano analizę Monte Carlo. Następnie przeprowadzono regresję kwadratową, w celu zmierzenia efektu zmienności w zależności od poziomu dźwigni (przy założonym poziomie zmienności) oraz w zależności od poziomu zmienności (przy założonym poziomie dźwigni). Badanie zostało tak zaprojektowane, aby wpływ na stopy zwrotu miał tylko efekt zmienności.

W każdej części przeprowadzono 1000 symulacji stóp zwrotu z LETF. Przyjęto następujące założenia:

- 252 okresy,
- brak kosztów (w celu usunięcia efektu kosztowego),
- oczekiwana stopa zwrotu z rynku 0% (w celu usunięcia efektu dźwigni i efektu kapitalizacji),
- dokładne odwzorowywanie ekspozycji na koniec okresu,
- przyjęto, że zmienność i poziom dźwigni są stałe w całym okresie analizy.

²⁹ Analizując stopy zwrotu z LETF w porównaniu do instrumentu bazowego sprawdza się, jak wernie fundusz realizuje cel statutowy. Należy pamiętać, że potencjalne różnice mogą wynikać na przykład z opłaty za zarządzanie, czyli kosztu, który nie występuje w przypadku instrumentu bazowego, a występował we wcześniej analizowanym przypadku, gdy porównywano stopy zwrotu z LETF do nielewarowanych ETF. Nie ma jednej dobrej metody analizy, w każdej trzeba odpowiednio uwzględnić koszty, aby uzyskiwane wyniki były wiarygodne.

Jedynymi parametrami wejściowymi były zmienność oraz poziom dźwigni. Przeanalizowano medianowy portfel, a w szczególności różnicę w punktach procentowych między stopą zwrotu z ETF a oczekiwaną stopą zwrotu, rozumianą jako iloczyn dźwigni i stopy zwrotu z instrumentu bazowego. Wybranie medianowego portfela eliminuje wpływ efektu dźwigni na wynik symulacji³⁰. Symulację powtórzono 480 razy dla każdej pary zmienności/dźwigni w dwóch wariantach (testując wrażliwość zmienności i wrażliwość dźwigni). Wyniki zostały zaprezentowane poniżej.

W części 1 analizowano wpływ efektu zmienności na stopy zwrotu uzyskiwane przez ETF, gdy analizowany jest różny poziom zmienności, a stały jest poziom dźwigni (wyniki przedstawiono na rysunku 1). Można zauważyć, że im większa zmienność, tym większa różnica między stopą zwrotu z ETF a oczekiwaną stopą zwrotu dla każdego poziomu dźwigni. W szczególności za pomocą regresji kwadratowej zaproponowano wzory (zaprezentowane na rysunku 1), które kwantyfikują, w jakim stopniu poziom zmienności wpływa na wielkość negatywnego efektu zmienności (przy założeniu stałej dźwigni)³¹. W regresji kwadratowej założono, że wyraz wolny jest równy 0, co oznacza, że nie ma systematycznego odchylenia i całość efektu związana jest ze zmiennością (w tym modelu poziom dźwigni jest stały). Dokonano analizy statystycznej, która wykazała, że zaproponowane współczynniki są istotne statystycznie. Dodatkowo należy zwrócić uwagę, że współczynnik determinacji R-kwadrat (widoczny na rysunku 1) jest bardzo wysoki, aczkolwiek maleje wraz ze wzrostem poziomu dźwigni. Jest to zjawisko oczekiwane, gdyż dla wyższego poziomu dźwigni w celu utrzymania dokładności modelu należałoby przeprowadzić regresję wyższego stopnia.

Porównano wzory uzyskane w części 1 (zaprezentowane na rysunku 1) ze wzorem

Chenga-Madhavana, w którym założono, że $\left(\frac{\text{Benchmark}_t}{\text{Benchmark}_0}\right)^L = 1$, czyli stopa

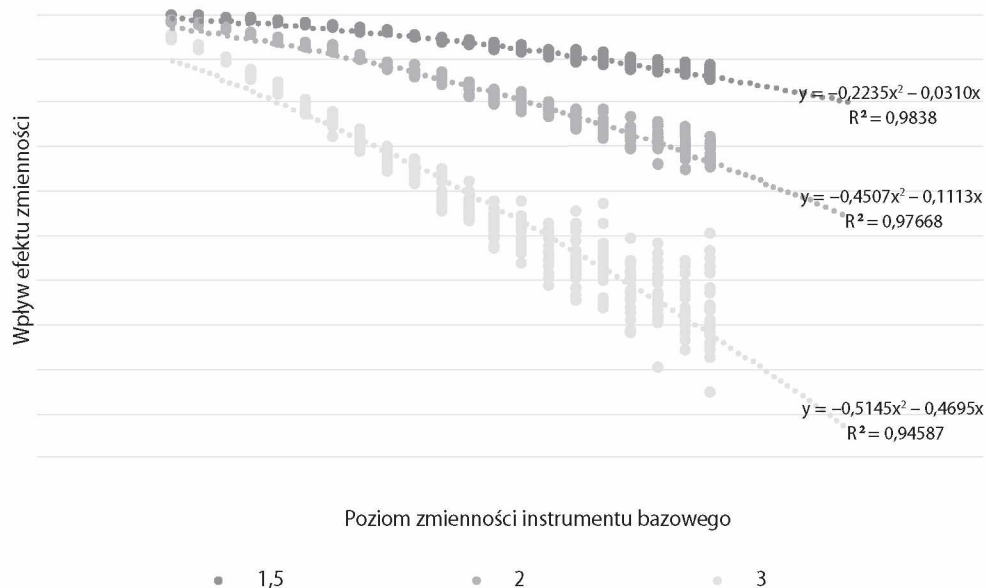
zwrotu z benchmarku wynosi 0%, a więc uniknięto efektu dźwigni oraz kapitalizowania i analizowano wyłącznie efekt zmienności. Za L przyjęto analizowany poziom dźwigni (1,5, 2 i 3), a w przypadku zrealizowanej wariancji założono dwa

³⁰ Jest to związane z faktem, że przy oczekiwanej stopie zwrotu 0% medianowy portfel powinien mieć stopę zwrotu zbliżoną do 0%, acz nie zawsze jest to dokładnie 0%.

³¹ Wybrano regresję kwadratową, gdyż dla analizowanego poziomu dźwigni/zmienności w wystarczającym stopniu mierzy dokładność efektu zmienności (wysokie R-kwadrat). W przypadku analizowania wyższego poziomu dźwigni/zmienności należałoby rozważyć zastosowanie regresji wyższego stopnia, gdyż zgodnie z rozwinięciem Taylora regresja wyższego stopnia daje dokładniejszą estymację parametrów.

poziomy zmienności (15% i 25%). Następnie przeanalizowano różnice w otrzymanych wynikach. Wyniki dla wzorów uzyskanych w części 1 zostały przedstawione w tabeli 5, natomiast wyniki dla wzoru Chenga-Madhavana w tabeli 6.

Rysunek 1. Wpływ efektu zmienności na stopy zwrotu uzyskiwane przez LETF – analiza zmienności



Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5. Analiza efektu zmienności na podstawie części 1 przeprowadzonego badania, gdy analizowany jest poziom zmienności

| Symulacja, analiza zmienności | Zmienność | Zrealizowana wariancja | Poziom dźwigni | | |
|-------------------------------|-----------|------------------------|----------------|--------|---------|
| | | | 1,5 | 2 | 3 |
| Wielkość efektu zmienności | 15% | 0,0225 | -0,97% | -2,68% | -8,20% |
| Wielkość efektu zmienności | 25% | 0,0625 | -2,17% | -5,60% | -14,95% |
| Różnica (w p.p.) | 10,00 | 0,0400 | -1,20 | -2,92 | -6,75 |

Źródło: opracowanie własne.

Dla niskiego poziomu dźwigni różnica między wynikiem symulacji i wzoru Chenga-Madhavana jest niewielka, natomiast wraz ze wzrostem dźwigni różnica powiększa się. Ponadto dla każdego przeanalizowanego poziomu dźwigni różnica

w zmianie efektu zmienności była mniejsza w przypadku symulacji. Oznacza to, że wrażliwość stóp zwrotu z LETF na zmiany poziomu zmienności jest mniejsza niż wynikałoby to ze wzoru Chenga-Madhavana.

Tabela 6. Analiza efektu zmienności zaprezentowanego we wzorze Chenga-Madhavana

| Wzór Chenga-Madhavana | Zmienność | Zrealizowana wariancja | Poziom dźwigni | | |
|---|-----------|------------------------|----------------|--------|--------|
| | | | 1,5 | 2 | 3 |
| Wartość $\exp\left(\frac{L-L^2}{2} \times V_t\right)$ | 15% | 0,0225 | 99,16% | 97,78% | 93,47% |
| Wartość $\exp\left(\frac{L-L^2}{2} \times V_t\right)$ | 25% | 0,0625 | 97,68% | 93,94% | 82,90% |
| Różnica (w p.p.) | 10,00 | 0,0400 | -1,48 | -3,83 | -10,57 |

Źródło: opracowanie własne.

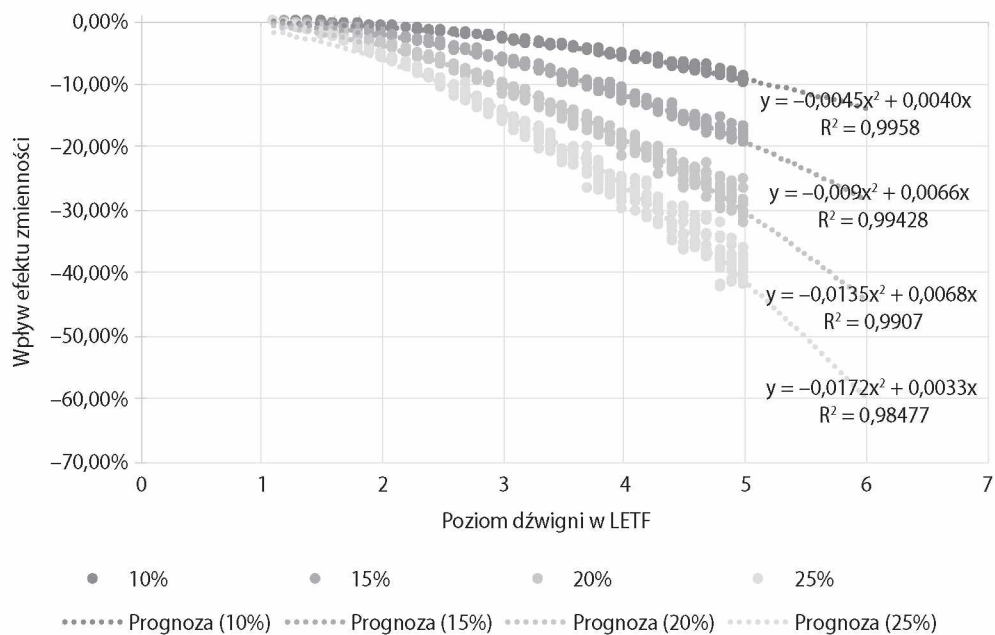
W części 2 analizowano wpływ efektu zmienności na stopy zwrotu uzyskiwane przez LETF, gdy analizowany jest różny poziom dźwigni, a stały jest poziom zmienności (wyniki przedstawiono na rysunku 2). Metodologia części 2 jest analogiczna do poprzedniej części. Zaproponowano istotnie statystycznie wzory (widoczne na rysunku 2), które kwantyfikują, w jakim stopniu poziom dźwigni wpływa na wielkość negatywnego efektu (przy założeniu stałej zmienności). Analogicznie należy zwrócić uwagę, że współczynnik determinacji R-kwadrat (zaprezentowany na rysunku 2) jest bardzo wysoki i maleje wraz ze wzrostem poziomu zmienności.

Porównano wzory uzyskane w części 2 (zaprezentowane na rysunku 2) ze wzorem Chenga-Madhavana. Do analizy przyjęto takie same założenia jak powyżej. Przeanalizowano, jak zmienia się wartość efektu zmienności, gdy dźwignia zostanie zwiększona z 2 na 3 przy stałym poziomie zmienności (10%, 15%, 20% i 25%). Wyniki dla wzorów uzyskanych w części 2 zostały przedstawione w tabeli 7, natomiast wyniki dla wzoru Chenga-Madhavana w tabeli 8.

Podobnie jak w poprzednim porównaniu można zwrócić uwagę, że dla niskiej wartości zmienności różnice są porównywalne. Wraz ze wzrostem zmiennej różnica rośnie i przykładowo dla stałej zmienności na poziomie 25% różnica między zaproponowanymi wzorami z części 2 badania a wzorem Chenga-Madhavana jest zauważalna. Analogicznie dla każdego przeanalizowanego poziomu zmienności różnica w zmianie efektu zmienności była mniejsza w przypadku symulacji. Oznacza

to, że wrażliwość stóp zwrotu z LETF na zmiany poziomu dźwigni jest mniejsza niż wynikałoby to ze wzoru Chenga-Madhavana.

Rysunek 2. Wpływ efektu zmienności na stopy zwrotu uzyskiwane przez LETF – analiza dźwigni



Źródło: opracowanie własne.

Tabela 7. Analiza efektu zmienności na podstawie części 2 przeprowadzonego badania, gdy analizowany jest poziom dźwigni

| Symulacja, analiza dźwigni | Dźwignia | Zmienność | | | |
|----------------------------|----------|-----------|--------|---------|---------|
| | | 10% | 15% | 20% | 25% |
| Wielkość efektu zmienności | 2,00 | -1,00% | -2,28% | -4,04% | -6,22% |
| Wielkość efektu zmienności | 3,00 | -2,85% | -6,12% | -10,11% | -14,49% |
| Różnica (w p.p.) | 1,00 | -1,85 | -3,84 | -6,07 | -8,27 |

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 8. Analiza efektu zmienności zaprezentowanego we wzorze Chenga-Madhavana

| Wzór (2) | Dźwignia | Zmienność | | | |
|---|----------|-----------|--------|--------|--------|
| | | 10% | 15% | 20% | 25% |
| Wartość $\exp\left(\frac{L-L^2}{2} \times V_t\right)$ | 2,00 | 99,00% | 97,78% | 96,08% | 93,94% |
| Wartość $\exp\left(\frac{L-L^2}{2} \times V_t\right)$ | 3,00 | 97,04% | 93,47% | 88,69% | 82,90% |
| Różnica (w p.p.) | 1,00 | -1,96 | -4,30 | -7,39 | -11,04 |

Źródło: opracowanie własne.

Porównując tabele 5 i 7, należy zwrócić uwagę, że wielkość efektu zmienności dla tych samych danych wejściowych (np. dźwignia 2 i zmienność 15%) może być różna. Jest to związane z faktem, że regresja kwadratowa, stworzona przy wykorzystaniu metody najmniejszych kwadratów, daje szacowany poziom efektu zmienności i mogą wystąpić odchylenia od szacowanego poziomu. W celu precyzyjniejszego pomiaru należałoby wykonać regresję wyższego stopnia, natomiast już na poziomie regresji kwadratowej można wyciągnąć istotne wnioski względem wzoru Chenga-Madhavana, co jest celem niniejszego artykułu.

W kontekście uzyskanych wyników warto wrócić do literatury przedmiotu, w której analizowano głównie okres podwyższonej zmienności i dźwignię na poziomie 2 i 3. W takich warunkach, jak wykazano w badaniu symulacyjnym, wzór Chenga-Madhavana daje niedokładne wyniki. W literaturze przedmiotu, jak opisano w poprzednim rozdziale, M. Avellaneda i S. Zhang wykazali, że wzór Chenga-Madhavana ma uzasadnienie w praktyce. Oznacza to, że jeżeli LETF empirycznie uzyskały stopy zwrotu zgodne z wzorem Chenga-Madhavana, to prawdopodobnie istniały inne czynniki niż zmienność, które negatywnie wpływały na stopy zwrotu z LETF w analizowanym okresie³².

³² Przykładowo mogła zaistnieć sytuacja, w której koszty finansowania pozycji były wyższe niż założono we wzorze Chenga-Madhavana, a wpływ efektu zmienności był niższy (zgodnie z wnioskami z symulacji) i łącznie stopa zwrotu była zgodna z oczekiwaną, ale struktura poszczególnych czynników wpływających na stopę zwrotu była zupełnie inna.

5. Podsumowanie

Celem artykułu było wykazanie za pomocą symulacji, że wzór Chenga-Madhavana źle przybliża efekt zmienności dla wysokiego poziomu zmienności/dźwigni, co związane jest z niedokładnością rozwinięcia Taylora. Jak zostało wykazane w części pierwszej, na stopy zwrotu z LETF ma wpływ kilka efektów, w szczególności efekt dźwigni, efekt zmienności, efekt kapitalizowania, efekt kosztowy oraz inne efekty. W artykule przeanalizowany został efekt zmienności oraz kluczowe czynniki na niego wpływające, czyli zmienność i dźwignia. Literatura przedmiotu jest dość uboga, niemniej jednak występuje spójny pogląd, że im większa zmienność, tym gorszy wynik uzyskiwany przez LETF. W szczególności w literaturze podjęto się weryfikacji empirycznej dokładności wzoru Chenga-Madhavana. M. Avellaneda i S. Zhang doszli do wniosku, że formuła jest prawidłowa. W świetle wyników badań symulacyjnych powstaje pytanie, jak to możliwe. W ocenie autora musiały istnieć inne efekty, które wpływały na uzyskiwane stopy zwrotu i które nie były w wystarczającym stopniu uwzględnione w prowadzonym badaniu empirycznym. Zasadne wydaje się powtórzenie badań empirycznych w innym okresie, w szczególności w takim, w którym zmienność jest niska. Analogicznie w okresach, w których zmienność jest wysoka, należałoby ponownie przeprowadzić badanie ze szczególnym uwzględnieniem wpływu poszczególnych efektów³³, co powinno doprowadzić do odrzucenia wzoru Chenga-Madhavana. Dodatkowo zwraca się uwagę, że w celu lepszego zrozumienia LETF i poprawy dokładności zaproponowanej formuły dla wysokiego poziomu zmienności/dźwigni należałoby przeprowadzić rozbudowane badania symulacyjne, w których można osobno analizować poszczególne efekty.

Bibliografia

1. Avellaneda M., Zhang S., *Path-dependence of leveraged ETF returns*, „SIAM Journal on Financial Mathematics” 2010.
2. Barylą Jr E.A., Trainor Jr W., *Leveraged ETFs: A Risky Double That Doesn't Multiply by Two*, „Journal of Financial Planning” 2008.

³³ Hipotezą badawczą autora jest, że w okresie 2008–2009 niedoceniany był wpływ efektu kosztowego, w szczególności kosztu finansowania pozycji.

3. Cheng M., Madhavan A., *The Dynamics of Leveraged and Inverse Exchange-Traded Funds*, „Journal Of Investment Management” 2009.
4. Foster G., Hill J.M., *Understanding Returns of Leveraged and Inverse Funds*, „Journal of Indexes” 2009.
5. Giese G., *On the Risk-Return Profile of Leveraged and Inverse ETFs*, „Journal of Asset Management” 2010.
6. Guedj I., Li G., McCann C., *Leveraged and Inverse ETFs, Holding Periods and Investment Shortfalls*, „The Journal of Index Investing” 2010.
7. Haugh M.B., *A Note on Constant Proportion Trading Strategies*, Operations Research Letters, 2011.
8. Holzhauser H.M., Lu X., McLeod R.W., Mehran J., *Bad News Bears: Effects of Expected Market Volatility on Daily Tracking Error of Leveraged Bull and Bear ETFs*, „Managerial Finance” 2013.
9. Lamb R., Loehr R., *Long-Term Investing With Leveraged Exchange Traded Funds*, „International Journal of Arts and Commerce” 2013.
10. Trainor Jr W., *Solving the Leveraged ETF Compounding Problem*, „The Journal of Index Investing” 2011.
11. Zhang J., *Path-Dependence Properties of Leveraged Exchange-Traded Funds: Compounding, Volatility and Option Pricing*, doctoral dissertation, New York University, 2010.

Impact of base instrument volatility on rates of return from passively managed leveraged ETFs

Summary

This study is to verify on the basis of simulation that the formula proposed in the literature assessing the impact of volatility on rates of return does work with regard to a high level of volatility, which is connected with the inaccuracy of Taylor's series expansion. The first part describes the impact of volatility on the rates of return from LETFs. It is followed by the review of the latest literature (part 2) and the author's own simulation research aimed at the quantification of the impact of volatility on rates of return from LETFs (part 3). The author indicates that the methodology presented in the literature so-far well estimates the effect of volatility only with regard to low values of input parameters (leverage or volatility) as Taylor's

series expansion is accurate enough then. In the case of a high value of input parameters the estimation of volatility effect is inaccurate. It is recommended that further analysis of the effect of volatility should be based on the results of simulation research which measures the effect of volatility more accurately than the currently used scientific methodology.

Keywords: ETF(s), LETF(s), leverage, volatility, rates of return
